



Числові моделі та алгоритми (ПО 5)

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

● Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>III курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>120 годин (4 кредити) (36 год. лекції, 36 год. лабораторні)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, МКР, РР</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.т.н., Стьопочкіна Ірина Валеріївна, irst-ipt@ill.kpi.ua, @ivst1113 Лабораторні: ас. Ільїн Костянтин Іванович</i>
Розміщення курсу	<i>Посилання на дистанційний ресурс (Moodle https://do.ipu.kpi.ua/course/view.php?id=4747)</i>

● Програма навчальної дисципліни

1) Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

При вивченні дисципліни «Числові моделі та алгоритми» здобувачі одержують знання про числові моделі та відповідні алгоритми, які ефективно реалізуються за допомогою обчислювальної техніки та їхнє теоретичне підґрунтя. Здобувачі набувають практичні навички застосування відповідних моделей до опису певних задач, сформульованих мовою предметної області, вибору та застосування алгоритмів, які найчастіше є необхідними для розв'язання прикладних задач широкого спектру. Одержані в ході вивчення дисципліни знання та уміння можуть бути використані у майбутній професійній діяльності.

Мета: здобути знання, навички та уміння використання основних числових моделей та алгоритмів. Предмет дисципліни: числові моделі, алгоритми та їх обчислювальна реалізація.

Загальні компетентності, внесок у забезпечення яких дає дисципліна:

ЗК-1 – Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК-2 – Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК3 – Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК5 – Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК7 – Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК8 – Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК10 – Навички у використанні інформаційних і комунікаційних технологій.

Фахові компетентності, внесок у забезпечення яких дає дисципліна:

ФК1 – Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК2 – Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК3 – Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання.

ФК6 – Здатність розв'язувати професійні задачі за допомогою комп'ютерної техніки, комп'ютерних мереж та Інтернету, в середовищі сучасних операційних систем, з використанням стандартних офісних додатків.

ФК7 – Здатність експлуатувати та обслуговувати програмне забезпечення автоматизованих та інформаційних систем різного призначення.

ФК9 – Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК13 – Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.

ФК14 – Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК18 – Навички розв'язування специфічних математичних та комп'ютерних задач, які виникають при розробці, реалізації та аналізі криптографічних систем.

Програмні результати навчання, які забезпечує дисципліна:

РН1 – Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН2 – Володіти основними положеннями та методами рівнянь у частинних похідних, чисельними методами.

РН3 – Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН05 – Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних рівнянь, розв'язанням крайових задач.

РН 7

РН09 – Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.

РН11 – Вміти застосовувати сучасні технології програмування та розроблення програмного забезпечення, програмної реалізації чисельних алгоритмів.

РН13 – Використовувати в практичній роботі спеціалізовані програмні продукти та програмні системи комп'ютерної математики.

РН14 – Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.

РН15 – Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

РН19 – Збирати та інтерпретувати відповідні дані й аналізувати складності в межах своєї спеціалізації для донесення суджень, які відбивають відповідні соціальні та етичні проблеми.

PH21 – Вміти формулювати та розв'язувати алгебраїчні та комбінаторні задачі, будувати та реалізовувати комбінаторні алгоритми та алгоритми прикладної алгебри, аналізувати теоретичну та практичну складність таких алгоритмів

2) Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Числові моделі та алгоритми» частково використовує знання та вміння, набуті у ході вивчення курсів, «Математичне моделювання», «Основи класичної фізики», «Алгебра та геометрія» та спрямовує їх у напрямку розв'язання відповідних прикладних задач математики із використанням числових моделей та методів. Набуті знання необхідні для формування практичних навичок які формуються в ході проведення Переддипломної практики

3) Зміст навчальної дисципліни

- (1) Наближені обчислення.
- (2) Алгоритми числового розв'язання нелінійних рівнянь, ч.1. (Відокремлення коренів).
- (3) Алгоритми числового розв'язання нелінійних рівнянь, ч. 2 (Уточнення коренів).
- (4) Алгоритми числового розв'язання СЛАР. Алгоритми, які забезпечують ефективне розв'язання, та передбачають визначену заздалегідь кількість кроків.
- (5) Алгоритми числового розв'язання СЛАР. Ітераційні алгоритми.
- (6) Алгоритми числового розв'язання СНАР.
- (7) Алгоритми числового знаходження спектру матриці
- (8) Алгоритмічне знаходження мінімального та максимального по модулю власних чисел: різні підходи, прискорення збіжності.
- (9) Інтерполяція. Ч.1. Обчислювальна побудова поліномів Лагранжа, Ньютона.
- (10) Інтерполяція .Ч.2. Обчислювальна побудова поліномів з центральними різницями. Слайди.
- (11) Алгоритм побудови інтерполяційного поліному Ерміта. Обчислювально ефективна реалізація методу найменших квадратів.
- (12) Числове диференціювання.
- (13) Числове інтегрування.
- (14) Числові моделі у вигляді звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) із заданими початковими умовами.
- (15) Обчислювальне розв'язання ДРЧП. Різницеві схеми.

4) Навчальні матеріали та ресурси

Базова література.

1. І.В. Стьопочкина, Числові моделі та алгоритми, конспект лекцій, слайди лекцій. <https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=387>
2. . Методи обчислень: Комп'ютерний практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спец. 113 «Прикладна математика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: І.В. Стьопочкина. – Електронні текстові дані (1 файл: 5,3 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 30 с..
3. Методи обчислень: Розрахунково-графічна робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спец. 113 «Прикладна математика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: І.В. Стьопочкина. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,7 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 56 с.

4. Алгоритми та методи обчислень /М.А. Новотарський, КПІ ім. Ігоря Сікорського , 2019. Електронний ресурс. - Режим доступу:

[https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/27864/1/Alhorytmy ta metody obchislenn.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/27864/1/Alhorytmy%20ta%20metody%20obchislenn.pdf)

5. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Гл.5, Методи розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних./Кветний Р.Н. та ін. Електронний ресурс. - Режим доступу:

[https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj komp%27yuterne modelyuvannya system p rocesiv/t1/5..htm](https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj%20komp%27yuterne%20modelyuvannya%20system%20procesiv/t1/5..htm)

Додаткова література.

6. Математичне моделювання : метод. вказівки до практич. робіт / А. І. Момот, О. Я. Оліх. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. – 72 с.. - Режим доступу: http://gen.phys.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2013/04/MomotOlikh_matmod.pdf

7. МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ: Частина 1. Чисельні методи алгебри. Навчальний посібник./В.В. Третинник, Н.Д. Любашенко.- Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. Електронний ресурс.- Режим доступу

[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwiY1M76-f3wAhUDgf0HHZgBB6YQFjADegQIFRAD&url=https%3A%2F%2Fela.kpi.ua%2Fbitstream%2F123456789%2F28225%2F1%2FMethody obchyslenn.pdf&usq=AOvVaw30xPEINe4JyHwOkKUdRiTI](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwiY1M76-f3wAhUDgf0HHZgBB6YQFjADegQIFRAD&url=https%3A%2F%2Fela.kpi.ua%2Fbitstream%2F123456789%2F28225%2F1%2FMethody%20obchyslenn.pdf&usq=AOvVaw30xPEINe4JyHwOkKUdRiTI)

8. Методи обчислень. Навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету. /Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.-Житомир, вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2014. Електронний ресурс.- Режим доступу: http://eprints.zu.edu.ua/18543/1/metody_obchyslen.pdf

9. An introduction to numerical methods and analysis / James F. Epperson, Mathematical Reviews. — Second edition., 2013 <https://perhuaman.files.wordpress.com/2014/07/metodos-numericos.pdf>

● Навчальний контент

5) Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для проведення занять застосовується практичний метод. Для лекційних занять використовуються пояснювально ілюстративний метод та метод проблемного виконання, для проведення лабораторних робіт використовується частково-пошуковий та дослідницький методи навчання, при яких викладач ставить перед студентами проблему, і ті вирішують її самостійно або під керівництвом викладача, висуваючи ідеї, перевіряючи їх, підбираючи для цього необхідні джерела інформації, методи, підходи тощо. Підсумковий контроль студентів виконується згідно з результатами виконання лабораторних робіт, модульної контрольної роботи, РР та екзамену.

(1) Наближені обчислення.

Принципи наближених обчислень. Джерела похибок, способи їх зменшення. Робота із даними, які потребують підвищеної точності. Основні принципи розрахунку похибок, вивід похибок дій, похибка функції, що залежить від неточно заданих аргументів.

(2) Алгоритми числового розв'язання нелінійних рівнянь, ч.1. (Відокремлення коренів).

Етапи розв'язання нелінійних рівнянь – які використовуються на практиці та теоретично. Знаходження меж розташування дійсних коренів, виявлення існування комплексних коренів та їх кількості, відповідні теореми про межі.

(3) Алгоритми числового розв'язання нелінійних рівнянь, ч. 2 (Уточнення коренів).

Алгоритми для уточнення місцезнаходження кореня рівняння та їх збіжність. Обґрунтування критерію зупинки алгоритму, швидкість збіжності. Алгоритми, які дають збіжність до кореня з обох боків та з одного боку, умови застосовності та збіжності. Відповідні теореми. Застосунки методу Ньютона до наближених обчислень коренів з дійсних чисел, вивід формули Герона.

(4) Алгоритми числового розв'язання СЛАР. Алгоритми, які забезпечують ефективне розв'язання, та передбачають визначену заздалегідь кількість кроків.

Алгоритми прямих методів, та їх обчислювальна складність, переваги, недоліки. Алгоритми, які потребують факторизації матриці вихідної системи, умови застосовності. Алгоритм прогонки як ефективних засіб розв'язання великих СЛАР, що виникають в ході розв'язання ДРЧП. Обчислювально ефективні алгоритми обернення матриць та обчислення визначників.

(5) Алгоритми числового розв'язання СЛАР. Ітераційні алгоритми.

Ітераційні алгоритми розв'язання СЛАР. Оцінка точності. Поняття обумовленості системи рівнянь та його вплив на роботу алгоритмів розв'язання СЛАР.

(6) Алгоритми числового розв'язання СНАР.

Загальний підхід до побудови ітераційних формул алгоритму розв'язання СНАР. Алгоритм методу Ньютона та його модифікація для системи двох та n нелінійних рівнянь. Модифікації.

(7) Алгоритми числового знаходження спектру матриці

Власні числа як важливий показник, який обчислюється в ряді прикладних задач. Обчислювальне одержання характеристичного многочлена. Алгоритми, які знаходять власні числа за визначену кількість кроків, обчислювальна складність. Ітераційні алгоритми. Доведення їх збіжності. Способи прискорення збіжності.

(8) Алгоритмічне знаходження мінімального та максимального по модулю власних чисел: різні підходи, прискорення збіжності. Сингулярні числа та алгоритм SVD. Прикладні застосунки сингулярних чисел.

(9) Інтерполяція. Ч.1. Обчислювальна побудова поліномів Лагранжа, Ньютона.

Задача наближення функцій за допомогою інтерполяційних поліномів. Доведення єдиності інтерполяційного поліному. Побудова відповідних поліномів: обчислювальні особливості та складності. Перша та друга інтерполяційні формули Ньютона як спосіб підвищити обчислювальну зручність при роботі напочатку та наприкінці таблиці.

(10) Інтерполяція .Ч.2. Обчислювальна побудова поліномів з центральними різницями. Сплайни.

Алгоритми побудови поліномів Гаусса, Стірлінга, Бесселя та сфера їх застосування. Сплайн – функції як обчислювально ефективний спосіб виконати якісну інтерполяцію на великій кількості вузлів. Вивід базових формул для алгоритму побудови сплайну. Оцінка точності інтерполяції.

(11) Алгоритм побудови інтерполяційного поліному Ерміта. Обчислювально ефективна реалізація методу найменших квадратів.

Інтерполювання з кратними вузлами: способи побудувати поліном Ерміта, рекурсивний алгоритм як обчислювально ефективний спосіб. Середнеквадратичне наближення функцій. Метод найменших квадратів у випадку проміжку та у дискретному випадку: які базові складові алгоритму

та підходи тут використовуються. Апроксимовані та інтерпольовані залежності як математичні моделі ряду явищ.

(12) Числове диференціювання.

Формули числового диференціювання – принципи виводу і використання в складі математичних моделей. Поняття про скінчені різниці. Принцип підвищення точності відповідного співвідношення для похідної. Вивід порядку точності формул диференціювання.

(13) Числове інтегрування.

Алгоритм обчислення визначеного інтегралу за допомогою неінтерполяційних квадратурних формул. Оцінка похибки, принцип Рунге. Інші прийоми числового інтегрування, попередня обробка інтегралів 1 та 2 роду.

(14) Числові моделі у вигляді звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) із заданими початковими умовами.

Алгоритм методу Рунге-Кутта. Вивід основних співвідношень. Забезпечення потрібної точності методу. Поняття про багатокрокові методи. Алгоритм на основі метода Адамса-Башфорта. Алгоритм “предиктор-коректор”. Інші методи, які дозволяють одержати наближені розв’язки ЗДР.

(15) Обчислювальне розв’язання ДРЧП. Різницеві схеми.

Числові моделі у вигляді ДРЧП еліптичного, параболічного, гіперболічного типів: основні коефіцієнти, оператори та їх прикладне значення. Діапазон стійкості, явні та неявні різницеві схеми. Обчислювальна реалізація методу скінчених різниць для ДРЧП параболічного та гіперболічного типів. Приклад застосування. Обчислювальна реалізація методу Лібмана.

6) Самостійна робота здобувача

Самостійна робота здобувача складається з:

- підготовки до МКР та екзамену шляхом опанування лекційного матеріалу та проведення розрахунків за заданими на лекціях домашніми завданнями,
- підготовки до захисту лабораторних робіт;
- виконання розрахункової роботи.

● Політика та контроль

7) Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Календарний рубіжний контроль

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

● Порушення термінів виконання завдань та заохочувальні бали

Заохочувальні бали		Штрафні бали	
Критерій	Ваговий бал, додається до рейтингу	Критерій	Ваговий бал, віднімається від базового балу
Активність на заняттях	+2 бали	Невчасне здання лабораторної роботи	-2 бали

- **Відвідування занять**

Відвідування лекцій, практичних та лабораторних занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, здобувачам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал, розв'язуються супутні задачі, необхідні для виконання лабораторних робіт та успішного написання МКР. В разі великої кількості пропусків здобувач може бути недопущений до екзамену, якщо не встигне виконати навчальний план по лабораторних роботах та МКР.

- **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

- **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки здобувачів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

- **Процедура оскарження результатів контрольних заходів**

Здобувачі мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно “Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, “Положення про організацію навчального процесу”).

8) Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

- **Рейтингова система оцінювання**

№	Контрольний захід	Макс.	Ваговий	Кіл-ть	Всього
1.	МКР	5	4	1	20
2.	Лабораторні роботи	5	1	6	30
3.	Розрахунково-графічна робота	5	2	1	10
4.	Екзамен	40	1	1	40
	Всього				100

- **Умови допуску до екзамену**

Обов'язкова умова допуску до екзамену	Критерій
Поточний рейтинг	RD ≥ 30
Модульна контрольна робота	Написана на позитивну оцінку (3 з 5)
Розрахункова робота	Здана на позитивну оцінку
Лабораторні роботи	Виконано 6 лабораторних робіт на позитивну оцінку (3 з 5)

- **Таблиця переведення рейтингових балів до оцінок за університетською шкалою**

Рейтингові бали, RD	Оцінка за університетською шкалою	Можливість отримання оцінки «автоматом»
$95 \leq RD \leq 100$	Відмінно	-
$85 \leq RD \leq 94$	Дуже добре	-
$75 \leq RD \leq 84$	Добре	-
$65 \leq RD \leq 74$	Задовільно	-
$60 \leq RD \leq 64$	Достатньо	+
$RD < 60$	Незадовільно	-
Невиконання умов допуску	Не допущено	-

- **Екзамен**

Підсумковим контролем є екзамен. У цьому разі рейтингова оцінка роботи за семестр складається з результатів роботи в семестрі (RD) (в рамках 60 балів). На екзамені здобувач одержує білет, відповідь на який оцінюється по 40-бальній шкалі.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склав: доц. каф. Інформаційної безпеки Стьопочкіна Ірина Валеріївна

Ухвалено кафедрою інформаційної безпеки (протокол №5/2022 від 22.06.2022)

Погоджено Методичною комісією НН ФТІ (протокол №6/2022 від 30.06.2022)