



Математична статистика (ПО 08)
Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

1. Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна (цикл професійної підготовки)</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: 150 годин; 5 кредитів ECTS Лекційних занять: 36 год. Практичних занять: 36 год. Самостійна робота студентів: 78 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, поточний контроль, модульна контрольна робота, розрахункова робота</i>
Розклад занять	<i>schedule.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н.,доцент Ніщенко Ірина Іванівна, Практичні заняття: к.ф.-м.н.,доцент Ніщенко Ірина Іванівна, nishchenkoi-ipt@iit.kpi.ua</i>
Розміщення курсу	<i>Платформа Classroom, платформа Sikorsky</i>

2. Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Математична статистика є фундаментом математичної освіти майбутніх фахівців у сфері застосування інформаційних технологій та криптографічних методів в різних галузях практичної діяльності людства. Математична статистика є прикладною математичною дисципліною, спорідненою з теорією ймовірностей. Статистика ґрунтується на методах теорії ймовірностей, але розв'язує свої специфічні задачі власними методами.

Важко переоцінити роль математичної статистики – вона використовується в таких сферах діяльності суспільства та науки як економіка, соціологія, безпека інформаційних технологій, теорія кодування, теорія надійності складних систем, машинне навчання та розпізнавання образів тощо.

Мета курсу – дати студентам уявлення про актуальні прикладні задачі статистичного аналізу даних, познайомити їх з методами побудови та властивостями точкових та інтервальних

оцінок невідомих параметрів ймовірнісних розподілів, з критеріями перевірки статистичних гіпотез, з методом найменших квадратів побудови лінійної регресії та основними етапами статистичного аналізу регресійної моделі, познайомити з підходами до розв'язування задачі класифікації даних.

В результаті опанування даною дисципліною студент повинен обґрунтовано вибирати та використовувати статистичні алгоритми, адекватні практичній задачі. Зокрема, знати основні поняття теорії оцінювання невідомих параметрів, вміти користуватися методом моментів, найменших квадратів та методом максимальної правдоподібності побудови точкових оцінок невідомих параметрів. Знати властивості оцінок, що виникають при застосуванні цих методів. Вміти працювати з вибірковими характеристиками ймовірнісних розподілів, знати основи інтервального оцінювання. Вміти розв'язувати задачі перевірки гіпотез з використанням відомих критеріїв.

Дисципліна «Математична статистика» сприяє формуванню та закріпленню у студентів таких загальних та фахових компетентностей:

ЗК 01 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК 03 Здатність генерувати нові ідеї.

ЗК 04 Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 06 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 07 Здатність до пошуку, опрацювання та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК 08 Знання та розуміння предметної області та розуміння предметної діяльності.

ФК 01 Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК 02 Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК 03 Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК 14 Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК 18 Навички розв'язування специфічних математичних та комп'ютерних задач, які виникають при розробці, реалізації та аналізі криптографічних систем.

Згідно з вимогами освітньо-наукової програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни «Математична статистика» повинні демонструвати такі результати навчання:

ПРН 01 Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

ПРН 02 Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії

диференціальних рівнянь, зокрема, рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірності, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

ПРН 03 Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

ПРН 15 Уміти організовувати власну діяльність та одержувати результати у рамках обмеженого часу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення дисципліни «Математична статистика» передбачає попереднє вивчення курсу «Теорія ймовірностей».

3. Зміст навчальної дисципліни

Лекційні заняття

Розділ 1. Основи теорії оцінювання невідомих параметрів.

Тема 1.1. Основні задачі математичної статистики. Вибіркові характеристики. Попередня обробка результатів експерименту.

Тема 1.2. Точкові оцінки та загальні вимоги до них.

Тема 1.3. Методи побудови точкових оцінок: метод моментів, метод максимальної правдоподібності.

Тема 1.4. Достатні статистики. Покращення оцінок за допомогою достатньої статистики.

Розділ 2. Інтервальне оцінювання.

Тема 2.1. Основні розподіли, пов'язані з нормальним законом розподілу.

Тема 2.2. Принципи побудови довірчих інтервалів.

Розділ 3. Перевірка статистичних гіпотез.

Тема 3.1. Перевірка простих параметричних гіпотез. Лема Неймана-Пірсона.

Тема 3.2. Перевірка складних параметричних гіпотез. Критерій відношення правдоподібності.

Тема 3.3. Перевірка непараметричних гіпотез. Критерії узгодженості.

Тема 3.4. Рангові критерії перевірки гіпотез.

Розділ 4. Лінійна регресія та метод найменших квадратів

Тема 4.1. Модель лінійної регресії. Властивості оцінки методу найменших квадратів.

Тема 4.2. Статистичний аналіз регресійної моделі.

Тема 4.3. Однофакторний дисперсійний аналіз.

Тематика практичних занять:

- Вибіркові характеристики. Властивості оцінок.
- Методи побудови точкових оцінок: метод моментів, метод максимальної правдоподібності.
- Достатні статистики. Покращення оцінок усередненням за достатньою статистикою.
- Ефективні оцінки. Нерівність Рао-Крамера.
- Основні розподіли, пов'язані з нормальним розподілом.
- Інтервальне оцінювання. Побудова довірчих інтервалів.

- Перевірка параметричних гіпотез. Критерій Неймана-Пірсона.
- Перевірка непараметричних гіпотез. Критерії узгодженості. Рангові критерії.
- Гауссові системи.
- Оцінка коефіцієнтів регресії методом найменших квадратів.
- Статистичний аналіз регресійної моделі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. - К.: Київський університет, 2010.- 463с.
2. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. - Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2014.- 556с.
3. Ніщенко І.І. Математична статистика. Збірник задач (електронний ресурс): навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика» . КПІ ім.Ігоря Сікорського, 2022.- 100с.
4. Дороговцев А.А., Ніщенко І.І., Пилипенко А.Ю. Теорія ймовірностей. Збірник задач (електронний ресурс): навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика» . КПІ ім.Ігоря Сікорського, 2021.- 100с.
<https://ela.kpi.ua/hande/123456789/44015>

Допоміжна література

5. Ivchenko G.I., Medvedev Yu. I. Mathematical Statistics. - URSS, 1994. 302p.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для лекційних занять використовується пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного викладу. При проведенні практичних занять застосовується репродуктивний та дослідницький методи.

Розділ 1, тема 1.1.

Лекція 1. Основні задачі математичної статистики. Сім'я розподілів, що залежить від невідомого параметра. Вибірка та вибіркові характеристики. Статистика. Емпірична функція розподілу. Вибіркові моменти.

Література: [1,§54,55], [5,§1.1-1,5]

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 1]

Розділ 1, тема 1.2

Лекція 2. Поняття точкової оцінки. Змістовність, незміщеність, оптимальність та інші властивості оцінок. Порівняння оцінок.

Література: [5,§2,1],

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 2].

Розділ 1, тема 1.2

Лекція 3. Ефективність оцінок. Нерівність Рао-Крамера.

Література: [5,§2,1],

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 4]

Розділ 1, тема 1.3

Лекція 4. Метод моментів побудови оцінок. Оцінка максимальної правдоподібності.

Література: [5,§2.4,§2.5], [2, §15.2, §15.3] Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції.
Розв'язування задач [3,Заняття 5,6]

Розділ 1, тема 1.3

Лекція 5. Умовні розподіли. Умовне математичне сподівання.

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [4,Заняття 18].

Розділ 1, тема 1.3

Лекція 6. Достатні статистики. Теорема про характеризацію достатньої статистики. Теорема Колмогорова про покращення оцінок за допомогою достатньої статистики.

Література: [5,§2.3],

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 3,4]

Розділ 1, тема 1.3.

Лекція 7. Байєсове оцінювання.

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 7]

Розділ 2, тема 2.1.

Лекція 8. Основні розподіли, пов'язані з нормальним законом. Розподіли хі-квадрат, Стюдента, Фішера.

Література: [5,§1.5].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 9]

Розділ 2, тема 2.2.

Лекція 9. Довірчі інтервали. Побудова довірчих інтервалів за допомогою центральних статистик.

Література: [1,§61], [5,§2.6], [2, §14.2]

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 10].

Розділ 2, тема 2.2.

Лекція 10. Асимптотичні довірчі інтервали. Побудова асимптотичних довірчих інтервалів за допомогою ЦГТ.

Література: [5,§2.6].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 10], [2, §14.4]

Розділ 3, тема 3.1.

Лекція 11. Задача перевірки двох простих параметричних гіпотез. Помилки першого і другого роду. Потужність критерію. Лема Неймана-Пірсона.

Література: [5,§4.1,§4.2], [2, §16.1]

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції, Розв'язування задач [3, Заняття 11]

Розділ 3, тема 3.2.

Лекція 12. Перевірка складних параметричних гіпотез. Критерій відношення правдоподібності.

Література: [1,§63], [5,§4.4].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 11]

Розділ 3, тема 3.3.

Лекція 13. Критерій хі-квадрат для перевірки гіпотез однорідності статистичного матеріалу, незалежності спостережень, випадковості. Критерій Колмогорова-Смірнова перевірки гіпотези про вигляд розподілу.

Література: [5,§3.4-§3.6], [2, §18.1 - §18.3]

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 12], [2, §18.4]

Розділ 3, тема 3.4.

Лекція 14. Критерій знаків. Рангові критерії перевірки непараметричних гіпотез.

Література: [1,§57, 62], [5,§3.1,§3.2], [2, §19.1 - §19.3]

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 13], [2, §19.4]

Розділ 4, тема 4.1.

Лекція 15. Гауссові системи. Лінійні перетворення гауссових векторів. Теорема про нормальну кореляцію.

Література: [5,§2.13].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 8]

Розділ 4, тема 4.1.

Лекція 16. Модель лінійної залежності між величинами при наявності випадкових шумів. Оцінка найменших квадратів параметрів лінійної регресії та її властивості. Теорема Гаусса-Маркова.

Література: [5,§5.1,§5.2],

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 14]

Розділ 4, тема 4.2.

Лекція 17. Статистичний аналіз регресійної моделі. Перевірка гіпотез щодо значущості коефіцієнтів регресії.

Література: [5,§5.4,5.5].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 14], [2, §20.2]

Розділ 4, тема 4.3

Лекція 18. Однофакторний та двофакторний дисперсійний аналіз.

Література: [5,§5.4,5.5].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3,Заняття 14].

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота передбачає опрацювання матеріалу лекцій, розв'язування задач домашніх завдань, виконання розрахункової роботи, підготовку до модульної контрольної роботи та іспиту.

№ з/п	Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
1.	Опрацювання матеріалу лекцій	9
2.	Розв'язування задач домашніх завдань	18
3.	Підготовка до модульних контрольних робіт	6
4.	Виконання розрахункової роботи	15
5.	Підготовка до екзамену	30

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- Студентам рекомендовано відвідувати як лекційні, так і практичні заняття.
- Виконання домашніх завдань є обов'язковим. На перевірку роботи слід подавати у вказаний термін.
- Виконання кожної з двох частин модульної контрольної роботи є обов'язковим.
- Виконання розрахункової роботи є обов'язковим.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначено у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Нормативної поведінки студентів і викладачів визначено у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно з наперед

визначеними процедурами. Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що отримуються протягом семестру за:

- модульну контрольну роботу, що складається з двох частин ($R1=R11+ R12$);
- розрахункову роботу, що складається з трьох частин ($R2=R21+R22+R23$);
- балів за іспит (RE).

Система рейтингових балів та критерії оцінювання

Модульна контрольна робота (перша, друга частини)

- | | |
|---|--------------|
| • Повне виконання | 15 балів |
| • Повне виконання з несуттєвими помилками чи неповне виконання (не менше 80%) , | 12 -14 балів |
| • Неповне виконання (менше 80%, але більше 60%) | 9 - 11 балів |
| • Виконання менше, ніж на 60% | 1-8 балів |
| • Роботу не поданано на перевірку або відсутність на контрольному заході | 0 балів |

Максимальна кількість балів за першу/другу частини модульної контрольної роботи складає 15 балів. Максимальний сумарний рейтинг за виконання двох частин модульної контрольної роботи складає 30 балів.

Розрахункова робота (перша, друга, третя частини)

- | | |
|---|-------------|
| • Повне виконання | 10 балів |
| • Повне виконання з несуттєвими помилками чи неповне виконання (не менше 80%) , | 8 - 9 балів |
| • Неповне виконання (менше 80%, але більше 60%) | 6 - 7 балів |
| • Виконання менше, ніж на 60% | 1-5 балів |
| • Роботу не поданано на перевірку | 0 балів |

Кожну частину розрахункової роботи студент завантажує в *google-classroom* у вказаний термін. Роботи приймаються ще впродовж тижня після вказаного терміну виконання. При поданні роботи пізніше призначеного терміну з затримкою до одного тижня робота оцінюється не вище, ніж у 8 балів.

Максимальна кількість балів за першу/другу/третю частини модульної контрольної роботи складає 10 балів. Максимальний сумарний рейтинг за виконання трьох частин розрахункової роботи складає 30 балів.

Рейтинговий бал студента за семестр визначається за формулою

$$RS=R1+R2.$$

Максимальний рейтинговий бал студента за семестр складає 60 балів.

Календарний контроль

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання умов силабусу. Умовою позитивної атестації при першому календарному контролі є значення поточного рейтингу, що складає не менше 60% від максимально можливого балу на момент атестації. Умовою позитивної атестації при другому календарному контролі є зростання значення

поточного рейтингу, що складає не менше 60% від максимального можливого зростання рейтингу від моменту першої атестації.

Екзамен

Семестровим контролем є екзамен. **До складання екзамену допускаються лише ті студенти, які виконали всі частини розрахункової роботи на позитивну оцінку та набрали щонайменше 36 балів за семестр.**

Сумарний рейтинговий бал за екзамен RE складається з балів за відповіді на теоретичні питання та розв'язування задач. Максимальний сумарний рейтинг за екзамен складає 40 балів.

Рейтингові бали та критерії оцінювання:

Відповіді на теоретичні питання, що виявляють знання означень, формулювань теорем та прикладів до них:

• Вичерпна відповідь	10 балів
• Неповна відповідь (не менше 80%), відповідь з незначними неточностями	8-9 балів
• Неповна відповідь (не менше 60%), допущено кілька суттєвих неточностей	6-7 балів
• Неповна відповідь (менше 60%), відповідь не дано або допущено грубі помилки, що свідчать про невідповідність студента	0 балів

Розв'язування двох типових задач (по 10 балів кожна):

• Правильне розв'язання задачі	10 балів
• Неповне розв'язання (не менше 80%) або розв'язання з кількома неточностями	8-9 балів
• Неповне розв'язання (не менше 60%) або розв'язання з великою кількістю неточностей	6-7 балів
• Неповне розв'язання (менше 60%) або розв'язування з грубими помилками	0 балів

Доведення теорем з програми курсу:

• Доведення наведено в повному обсязі без помилок	10 балів
• Неповне доведення (не менше 80%) або доведення з кількома неточностями	8-9 балів
• Неповне доведення (не менше 60%) або доведення з великою кількістю неточностей	6-7 балів
• Доведення не наведено, наведено менш, ніж на 60% або з грубими помилками	0 балів.

Рейтинговий бал студента з дисципліни визначається як сума $R=RS+RE$ рейтингового балу за семестр та рейтингового балу за екзамен. Максимальний рейтинговий бал за дисципліну складає 100 балів.

Студентам, що не виконали умови допуску до складання екзамену, але при цьому набрали щонайменше 20 балів за семестр, та студентам, рейтинговий бал яких після складання екзамену не

перевищив 60 балів, дозволяється повторне перескладання контрольних заходів у наступному семестрі.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склала к.ф.-м.н., доцент Ніщенко Ірина Іванівна

Ухвалено кафедрою ММЗІ (протокол протокол №6/2 від 25.06.2025)

Погоджено Методичною комісією НН ФТІ (протокол №6 від 30.06.2025)