



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**Навчально-науковий
Фізико-Технічний Інститут
Кафедра математичних методів захисту
інформації**

Теорія ймовірностей (ПО 07)

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна (цикл професійної підготовки)</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: 150 годин; 5 кредитів ECTS Лекційних занять: 36 год. Практичних занять: 36 год. Самостійна робота студентів: 78 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, поточний контроль, модульна контрольна робота, розрахункова робота</i>
Розклад занять	<i>schedule.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: канд.фіз.-мат.наук, доцент Ніщенко Ірина Іванівна, Практичні заняття: канд.фіз.-мат.наук, доцент Ніщенко Ірина Іванівна, nishchenkoi-ipt@iit.kpi.ua</i>
Розміщення курсу	<i>Платформа Google-Classroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Теорія ймовірностей – це математична дисципліна, що вивчає закономірності випадкових явищ. Вона широко використовується в фізиці, економіці, біології, а також є фундаментом для математичної статистики, теорії випадкових процесів, теорії інформації, аналізу даних та методів машинного навчання.

Мета курсу – дати студентам уявлення про сучасні методи опису випадкових подій в природничих дисциплінах; сформуванню відповідний математичний апарат й вивести основні закономірності, які відображають поведінку великої кількості незалежних випадкових величин.

В результаті освоєння даного курсу студент повинен володіти такими поняттями, як ймовірнісний простір, випадкова величина, вміти працювати з такими характеристиками випадкових величин як функція розподілу, щільність розподілу, математичне сподівання, характеристична

функція; знати основні типи ймовірнісних розподілів та практичні моделі їхнього застосування; знати основні типи збіжності випадкових величин: за ймовірністю, з ймовірністю одиниця, слабку, в середньому; знати основні граничні теореми (закони великих чисел, центральну граничну теорему).

В результаті вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей» у студентів формуються та закріплюються такі загальні та фахові компетентності:

ЗК 1 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 3 Здатність генерувати нові ідеї.

ЗК 4 Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 6 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 8 Знання та розуміння предметної області та розуміння предметної діяльності.

ФК 1 Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК 2 Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК 14 Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК 18 Навички розв'язування специфічних математичних та комп'ютерних задач, які виникають при розробці, реалізації та аналізі криптографічних систем.

Згідно з вимогами освітньо-наукової програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей» повинні демонструвати такі програмні результати навчання:

ПРН 1 Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

ПРН 2 Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема, рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

ПРН 15 Уміти організовувати власну діяльність та одержувати результати у рамках обмеженого часу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення курсу «Теорія ймовірностей» передбачає попереднє вивчення курсів «Математичний аналіз 1», «Математичний аналіз 2», «Математичний аналіз 3», «Теорія функцій комплексної змінної». Курс «Теорія ймовірностей» є основою для вивчення дисципліни «Математична статистика».

3. Зміст навчальної дисципліни

Лекційні заняття

Розділ 1. Класичні моделі в теорії ймовірностей

Тема 1.1. Ймовірнісний експеримент зі скінченною кількістю результатів. Означення ймовірності.

Тема 1.2. Дискретний простір елементарних подій. Геометричний ймовірнісний експеримент.

Тема 1.3. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формула Байеса.

Тема 1.4. Схема Бернуллі незалежних повторних випробувань.

Розділ 2. Випадкові величини та їхні числові характеристики

Тема 2.1. Аксиоматика Колмогорова теорії ймовірностей.

Тема 2.2. Випадкові величини. Розподіл випадкової величини.

Тема 2.3. Сумісний розподіл випадкових величин. Незалежність випадкових величин.

Тема 2.4. Числові характеристики випадкових величин.

Тема 2.5. Умовні розподіли. Умовне математичне сподівання.

Тема 2.6. Означення та властивості характеристичної функції.

Розділ 3. Граничні теореми теорії ймовірностей

Тема 3.1. Види збіжності випадкових величин.

Тема 3.2. Закони великих чисел.

Тема 3.3. Центральна гранична теорема.

Тематика практичних занять:

1. Елементи комбінаторики. Події і операції над ними.
2. Класичне означення ймовірності.
3. Геометрична ймовірність.
4. Випадкове блукання. Принцип відбиття.
5. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формула Байеса.
6. Випадкові величини. Вимірність.
7. Розподіл випадкових величин.
8. Числові характеристики випадкових величин.
9. Умовне математичне сподівання.
10. Послідовності випадкових подій. Лема Бореля-Кантеллі.
11. Збіжність послідовностей випадкових величин.
12. Характеристичні функції.
13. Слабка збіжність випадкових величин.
14. Закон великих чисел.
15. Центральна гранична теорема.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. - К.: Київський університет, 2010.- 463с.
2. Shiryaev A.N. Probability-1. - Springer-Verlag New York, 2016. - 486p.
3. Дороговцев А.А., Ніщенко І.І., Пилипенко А.Ю. Теорія ймовірностей. Збірник задач (електронний ресурс): навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика» . КПІ ім.Ігоря Сікорського, 2021.- 100с.
<https://ela.kpi.ua/hande/123456789/44015>

Додаткова література

4. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. - Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2014.-556с.
5. Дороговцев А.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач // Київ. Вища школа, 1976.- 384с.
6. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. - Willey, 2008. - 527 p.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для лекційних занять використовується пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного викладу. При проведенні практичних занять застосовується репродуктивний та дослідницький методи.

Лекція 1. Предмет і задачі теорії ймовірностей. Ймовірнісний експеримент. Простір елементарних подій. Випадкові події. Ймовірність.

Література: [1, Додаток 3, §1.1-§1.5], [2, §1.1,1,2]

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 2,3]

Лекція 2. Геометричний ймовірнісний експеримент. Голка Бюффона, задача про зустріч. Парадокс Бертрана. Випадкове блукання.

Література: [1, §1.6], [2, §1,2].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 4]

Лекція 3. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формула Байеса.

Література: [1, §1.9, §1.10], [2, §1.3].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 5,6]

Лекція 4. Схема Бернуллі незалежних повторних випробувань. Теорема Пуассона. Гранична теорема Муавра-Лапласа.

Література: [1, §11-16], [2, §1.6].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 5]

Лекція 5. Аксиоматика Колмогорова теорії ймовірностей.

Література: [1, §8], [2, §2.1-§2.3].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 7]

Лекція 6. Випадкова величина --- вимірна функція на ймовірнісному просторі.

Література: [2, §2.1-§2.4]. Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 8]

Лекція 7. Функція розподілу випадкової величини. Щільність розподілу. Важливі розподіли ймовірностей.

Література: [1, §4.20-§4.22], [2, §2.3-§2.5].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 9]

Лекція 8. Сумісний розподіл випадкових величин. Незалежність випадкових величин. Розподіл функції від випадкової величини.

Література: [1, §20-§24],[2, §2.3-§2.5].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 11]

Лекція 9. Числові характеристики випадкових величин. Математичне сподівання, дисперсія, коваріація випадкових величин: означення та властивості.

Література: [1, §5.25], [2, §2.6].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 10]

Лекція 10. Нерівності, пов'язані з моментами: Коші-Буняковського. Йенсена, Гельдера, Мінковського. Нерівність Чебишова.

Література: [1, §26- §28],[2, §2.6].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 12]

Лекція 11. Умовні розподіли. Умовне математичне сподівання.

Література: [2, §2.7].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 18]

Лекція 12. Характеристична функція випадкової величини. Властивості. Теорема Бохнера, теорема Пойа.

Література: [1, §7.33-§7.36], [2, §2.12].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 15]

Лекція 13. Збіжність з ймовірністю одиниця. Лема Бореля-Кантеллі.

Література: [2, §2.10].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 14]

Лекція 14. Збіжність за ймовірністю. Закон великих чисел у формі Чебишова.

Література: [2, §2.10].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 14]

Лекція 15. Збіжність в середньому. Простір випадкових величини зі скінченним моментом порядку p . Теорема про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

Література: [2, §2.11].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 14]

Лекція 16. Слабка збіжність випадкових величин. Еквівалентні означення.

Література: [1, §7.35], [2, §3.1, §3.2].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 16]

Лекція 17. Закон великих чисел. Посилений закон великих чисел Колмогорова-Хінчина. Метод Монте-Карло.

Література: [1, §6.29-§6.32], [2, §4.3].

Лекція 18. Центральна гранична теорема.

Література: [1, §2.12-§2.14, §8.39, §8.40], [2, § 3.4, §4.5].

Завдання на СРС: Опрацювання матеріалу лекції. Розв'язування задач [3, Заняття 17]

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента складає 78 години та передбачає опрацювання матеріалу лекцій, розв'язування задач домашніх завдань, виконання розрахункової роботи, підготовку до модульної контрольної роботи та екзамену.

№ з/п	Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
1.	Опрацювання матеріалу лекцій	9
2.	Розв'язування задач домашніх завдань	18
3.	Підготовка до модульних контрольних робіт	6
4.	Виконання розрахункової роботи	15
5.	Підготовка до екзамену	30

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- Студенти зобов'язані відвідувати як лекційні, так і практичні заняття.
- Виконання домашніх завдань та розрахункової роботи є обов'язковим. На перевірку роботи слід подавати у вказаний термін.
- Виконання кожної з трьох частин модульної контрольної роботи є обов'язковим.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначено у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Нормативної поведінки студентів і викладачів визначено у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно з наперед визначеними процедурами. Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що отримуються протягом семестру за:

- модульну контрольну роботу, що складається з трьох частин (КР1, КР2, КР3)
- розрахункову роботу, що складається з трьох частин (РР1, РР2, РР3)
- балів за екзамен (RE)

Система рейтингових балів та критерії оцінювання

Оцінка (в балах) за кожну частину контрольної роботи є середнім арифметичним балів, отриманих за кожну з запропонованих задач.

- Задачу розв'язано без помилок, наведено усі необхідні пояснення 15 балів
- Розв'язок задачі містить несуттєву помилку чи задачу розв'язано не повністю (не менше 80%) 12 -14 балів
- Розв'язок задачі містить кілька несуттєвих помилок або задачу

- розв'язано не повністю (менше 80%, але не менше 60%) 9 - 11 балів
- Розв'язок задачі містить грубі помилки або задачу розв'язано не повністю (менше, ніж на 60%) 0 - 8 балів
- Розв'язку не наведено 0 балів

Максимальна кількість балів за кожну частину модульної контрольної роботи – 15 балів.

Максимальний сумарний рейтинг за виконання трьох частин модульної контрольної роботи складає 45 балів.

Оцінка (в балах) за кожну частину розрахункової роботи є середнім арифметичним балів, отриманих за кожну з запропонованих задач.

- Задачу розв'язано без помилок, наведено усі необхідні пояснення 5 балів
- Розв'язок задачі містить несуттєву помилку чи задачу розв'язано не повністю (не менше 80%) 4 бали
- Розв'язок задачі містить кілька несуттєвих помилок або задачу розв'язано не повністю (менше 80%, але не менше 60%) 3 бали
- Розв'язок задачі містить грубі помилки або задачу розв'язано не повністю (менше, ніж на 60%) 0 -2 бали
- Розв'язку не наведено 0 балів

Максимальна кількість балів за кожну частину розрахункової роботи – 5 балів. Максимальний сумарний рейтинг за виконання трьох частин розрахункової роботи складає 15 балів.

Кожну частину розрахункової роботи студент завантажує в google-classroom у вказаний термін. Роботи приймаються ще впродовж тижня після вказаного терміну виконання. При поданні роботи пізніше призначеного терміну з затримкою до одного тижня робота оцінюється не вище, ніж у 4 бали.

Рейтинговий бал студента за семестр визначається як сума $RS=(KP1+KP2+KP3)+(PP1+PP2+PP3)$. Максимальний рейтинговий бал студента за семестр складає 60 балів.

Календарний контроль

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання умов силабусу. Умовою позитивної атестації при першому календарному контролі є значення поточного рейтингу, що складає не менше 50% від максимально можливого балу на момент атестації. Умовою позитивної атестації при другому календарному контролі є зростання значення поточного рейтингу, що складає не менше 50% від максимального можливого зростання рейтингу від моменту першої атестації.

Екзамен

Семестровим контролем є екзамен. **До складання екзамену допускаються лише ті студенти, які набрали щонайменше 36 балів за семестр і при цьому виконали всі частини розрахункової роботи на позитивну оцінку.**

Сумарний рейтинговий бал за екзамен RE складається з балів за відповіді на теоретичні питання та розв'язування задач. Максимальний сумарний рейтинг за екзамен складає 40 балів.

Рейтингові бали та критерії оцінювання

Відповіді на теоретичні питання, що виявляють знання означень, формулювань теорем та прикладів до них:

- Вичерпна відповідь 10 балів
- Неповна відповідь (не менше 80%),
відповідь з незначними неточностями 8-9 балів
- Неповна відповідь (не менше 60%),
допущено кілька суттєвих неточностей 6-7 балів
- Неповна відповідь (менше 60%), відповідь не дано
або допущено грубі помилки, що свідчать про невідповідність
студента 0-5 балів

Розв'язування двох типових задач (10 балів кожна):

- Правильне розв'язання 10 балів
- Неповне розв'язання (не менше 80%) або розв'язання
з кількома неточностями 8-9 балів
- Неповне розв'язання (не менше 60%) або розв'язання з
великою кількістю неточностей 6-7 балів
- Неповне розв'язання (менше 60%) або розв'язування з грубими
помилками 0-5 балів

Доведення теорем з програми курсу:

- Доведення наведено в повному обсязі без помилок 10 балів
- Неповне доведення (не менше 80%) або доведення
з кількома неточностями 8-9 балів
- Неповне доведення (не менше 60%) або доведення з
великою кількістю неточностей 6-7 балів
- Доведення не наведено, наведено менш, ніж на 60%
або з грубими помилками 0 балів.

Рейтинговий бал студента з дисципліни визначається як сума $R=RS+RE$ рейтингового балу за семестр та рейтингового балу за іспит. Максимальний рейтинговий бал за дисципліну складає 100 балів.

Студентам, що не виконали умови допуску до складання екзамену, але при цьому набрали щонайменше 20 балів за семестр, та студентам, рейтинговий бал яких після складання екзамену не перевищив 60 балів, дозволяється повторно перескладання контрольних заходів у наступному семестрі.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склала канд. фіз.-мат. наук, доцент Ніщенко Ірина Іванівна

Ухвалено кафедрою ММЗІ (протокол №6/2 від 25.06.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ФТІ (протокол №6 від 30.06.2025 р.)