



ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ (ПО2)

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика і статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Математичні методи криптографічного захисту інформації
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна (денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	Загальна кількість: (4 кр.) 120 год. Лекційних занять: 36 год. Практичних занять: 36 год. Самостійна робота студентів: 48 год.
Семестровий контроль / контрольні заходи	залік, поточний контроль, модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://https://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Наказной Павло Олександрович (p.nakaznoy@kpi.ua). Практика: Наказной Павло Олександрович.
Розміщення курсу	https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=5023

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Теорія диференціальних рівнянь (ДР) є потужним математичним апаратом, використання якого необхідне при моделюванні динамічних процесів різноманітної природи. Об'єкт ДР — диференціальні рівняння, предмет — дослідження існування розв'язку різних задач для ДР, знаходження методів розв'язку ДР і якісне дослідження розв'язків ДР без знаходження їх вигляду.

Мета навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння (ПО2)» є формування та закріплення у студентів компетентностей згідно таблиці відповідності в освітньо-професійній програмі (ОПП)¹.

Згідно з вимогами ОПП студенти після засвоєння навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння (ПО2)» мають продемонструвати такі фахові компетентності та програмні результати навчання :

¹Освітньо-наукова програма «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп'ютерного зору» спеціальності 113 «Прикладна математика» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

Загальні компетентності СВО

- ЗК 1: Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК 3: Здатність генерувати нові ідеї (креативність).
- ЗК 4: Здатність бути критичним і самокритичним.
- ЗК 6: Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК 8: Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

Фахові компетентності СВО

- ФК 1: Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.
- ФК 2: Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
- ФК 14: Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

Програмні результати навчання

- ПРН 1: Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.
- ПРН 2: Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.
- ПРН 5: Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.
- ПРН 6: Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.
- ПРН 7: Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.
- ПРН 15: Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Для вивчення матеріалу навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння (ПО2)» необхідне успішне засвоєння курсів:

1. Математичний аналіз (ЗО7);
2. Алгебра та геометрія (ЗО11).

На отриманих практичних навичках та засвоєних теоретичних знаннях під час вивчення навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння (ПО2)» базується вивчення дисциплін:

1. Математичне моделювання (ЗО18);
2. Теорія керування (ЗО20);
3. Моделі теоретичної фізики (ПО3);
4. Моделі просторово-розподілених систем (ПО6).

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Диференціальні рівняння I-ого порядку

- Тема 1.1 Вступ. Основні понятті і означення. Побудова диференціальних рівнянь
- Тема 1.2 Рівняння з відокремленими змінними та звідні до них
- Тема 1.3 Лінійні рівняння та звідні до них
- Тема 1.4 Рівняння в повних диференціалах та звідні до них
- Тема 1.5 Теореми Пеано та Коші
- Тема 1.6 Неявні рівняння I-ого порядку. Особливі розв'язки рівнянь I-ого порядку

Розділ 2. Диференціальні рівняння старших порядків

- Тема 2.1 Неявні рівняння старших порядків
- Тема 2.2 Лінійні диференціальні рівняння
- Тема 2.3 Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами
- Тема 2.4 Рівняння, що звідні до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами
- Тема 2.5 Крайові задачі. Функції Гріна

Розділ 3. Системи диференціальних рівнянь та рівняння у частинних похідних I-ого порядку

- Тема 3.1 Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами I-ого порядку
- Тема 3.2 Квазілінійні рівняння у частинних похідних I-ого порядку

Розділ 4. Теорія стійкості та особливі точки

- Тема 4.1 Стійкість розв'язків у математиці та фізиці
- Тема 4.2 Стійкість розв'язків лінійних рівнянь та точок спокою лінійних систем
- Тема 4.3 Методи Ляпунова
- Тема 4.4 Особливі точки нормальної системи двох рівнянь зі сталими коефіцієнтами та поведінка розв'язків в їх околі

4. Навчальні матеріали та ресурси

Нижче наводиться перелік навчальних матеріалів та ресурсів для засвоєння матеріалу, розглянутого на лекційних заняттях та для додаткового вивчення. Його поділено на базові, які слід вивчати у першу чергу та додаткові, до яких можна звертатись факультативно.

Базові підручники та посібники

1. А. М. Самойленко, М. О. Перестюк та І. О. Парасюк. **Диференціальні рівняння**. К.: Либідь, 2003.
2. М. І. Шкіль, В. М. Лейфура та П. Ф. Самусенко. Диференціальні рівняння. К.: Техніка, 2003.
3. М. О. Перестюк та М. Я. Свіщук. **Збірник задач з диференціальних рівнянь**. К.: ТВІМС, 2004.
4. Ю. В. Ловейкін та А. В. Сукретна. **Контрольні завдання з курсу «Диференціальні рівняння»**. К.: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2013.

Додаткові підручники та посібники

5. І. І. Ляшко, А. К. Боярчук, Я. Г. Гай та А. Ф. Калайда. Диференціальні рівняння. К.: Вища школа, 1981.
6. А. М. Самойленко, С. А. Кривошея та М. О. Перестюк. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. К.: Вища школа, 1994.
7. І. М. Копась. Диференціальні рівняння. К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018.
8. Г. П. Головач та О. Ф. Калайда. Збірник задач з диференціальних та інтегральних рівнянь. К.: Техніка, 1997.
9. N. H. Ibragimov. A Practical Course in Differential Equations and Mathematical Modelling. World Scientific, 2009.
10. J. L. Brenner. Problems in Differential Equations. 2nd. W. H. Freeman та Company, 1966.
11. M. V. Makarets та V. Yu Reshetnyak. Ordinary Differential Equations and Calculus of Variations: Book of Problems. World Scientific, 1995.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
Розділ 1. Диференціальні рівняння I-ого порядку	
1.	Тема 1.1. Вступ. Основні поняття і означення. Побудова диференціальних рівнянь <i>Література для опрацювання:</i> [1, В. 1-3], [5, Вступ, §1.1], [2, с.4-5, 8—9, §1.11]
2.	Тема 1.2. Рівняння з відокремленими змінними та звідні до них <i>Література для опрацювання:</i> [1, §1.1.1, 3], [5, §1.1.1-5], [2, §1.4-5]
3.	Тема 1.3. Лінійні рівняння та звідні до них <i>Література для опрацювання:</i> [1, §1.1.2, 4], [5, §1.1.6], [2, §1.6]
4.	Тема 1.4. Рівняння в повних диференціалах та звідні до них <i>Література для опрацювання:</i> [1, §1.7], [5, §1.1.7], [2, §1.7]
5.	Тема 1.5. Теорема Пеано та Коші <i>Література для опрацювання:</i> [1, §1.4], [5, §2.1.1-2], [2, с. с.10—20]
6.	Тема 1.6. Неявні рівняння I-ого порядку. Особливі розв'язки рівнянь I-ого порядку <i>Література для опрацювання:</i> [1, §1.10.1-2, 4], [5, §2.1.3, 12.1—2], [2, §1.8-10]
Розділ 2. Диференціальні рівняння старших порядків	
7.	Тема 2.1. Неявні рівняння старших порядків <i>Література для опрацювання:</i> [1, §4.2], [5, §12.3-4], [2, §2.2]
8.	Тема 2.2. Лінійні диференціальні рівняння <i>Література для опрацювання:</i> [1, §2.1.2-5], [5, §3.1-3], [2, §2.3-7]
9.	Тема 2.3. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами <i>Література для опрацювання:</i> [1, §2.2], [5, §3.4], [2, §2.8-9]
10.	Тема 2.4. Рівняння, що звідні до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами <i>Література для опрацювання:</i> [1, §2.4], [5, §3.4.1-3], [2, §2.12]
11.	Тема 2.5. Крайові задачі. Функції Гріна <i>Література для опрацювання:</i> [1, §3.4.1], [5, §5.1, 5.2.1, 6.1]
Розділ 3. Системи диференціальних рівнянь та рівняння у частинних похідних I-ого порядку	

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
12.	Тема 3.1. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами I-ого порядку <i>Література для опрацювання:</i> [1, §2.4], [5, §4.2], [2, с. с.222—227]
13.	Тема 3.2. Квазілінійні рівняння у частинних похідних I-ого порядку <i>Література для опрацювання:</i> [1, §6.1.1-3], [5, §13.1-3], [2, §5.2-7]
Розділ 4. Теорія стійкості та особливі точки	
14.	Тема 4.1. Стійкість розв'язків у математиці та фізиці <i>Література для опрацювання:</i> [1, §5.5.1], [5, §10.1-2], [2, §4.1]
15.	Тема 4.2. Стійкість розв'язків лінійних рівнянь та точок спокою лінійних систем <i>Література для опрацювання:</i> [1, §5.5.2-3], [5, §10.3], [2, §4.2-3]
16.	Тема 4.3. Методи Ляпунова <i>Література для опрацювання:</i> [1, §5.5.4, 5.6], [5, §10.4], [2, §4.4-5]
17.	Тема 4.4. Особливі точки нормальної системи двох рівнянь зі сталими коефіцієнтами та поведінка розв'язків в їх околі <i>Література для опрацювання:</i> [1, §1.9.1-2], [2, с. с.216—221]
18.	Залікове заняття

Практичні заняття

Задачі до практичних занять зі збірнику [3], який містить основні теоретичні відомості та додатки, необхідні для розв'язування задач, а також відповіді до більшості завдань.

Приклади розв'язання містяться в [6].

№	Назва теми заняття та перелік розглянутих питань
1.	Складання диференціальних рівнянь. Рівняння з відокремлюваними змінними
2.	Рівняння, звідні до рівнянь з відокремлюваними змінними
3.	Лінійні рівняння та звідні до них
4.	Рівняння в повних диференціалах. Методи інтегровних комбінацій та інтегруючого множника
5.	Неявні рівняння. Метод параметра. Рівняння Лагранжа та Клеро
6.	Особливі розв'язки. МКР №1.
7.	Рівняння, що допускають зниження порядку
8.	Лінійні рівняння. Однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами <i>Література для опрацювання:</i> [11]
9.	Неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами
10.	Рівняння Ейлера та Лагранжа
11.	Крайові задачі. Метод функцій Гріна. Задачі на власні значення
12.	Системи однорідних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами
13.	Неоднорідні системи лінійних рівнянь. Показникова функція від матриці
14.	Квазілінійні ДР у частинних похідних 1-ого порядку
15.	Стійкість розв'язків рівнянь та систем. Критерії стійкості
16.	Метод функцій Ляпунова
17.	Особливі точки. МКР №2
18.	Захист РР

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових зусиль. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його та формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань:

- обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях;
- робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій;
- виконання підготовчої роботи до практичних занять, до написання МКР (модульної контрольної роботи);
- виконання РР (розрахункової роботи);
- підготовка до складання семестрового контролю.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для успішного складання заліку.

Пропущені контрольні заходи

Модульні контрольні роботи та захистдомашньої контрольної роботи виконуються згідно графіку та не переписуються, виконання в інший час можливе лише з поважної причини, причому дата має бути упродовж двох тижнів від дати за графіком або не пізніше ніж за два тижня після одужання студента.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно

«Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», «Положення про організацію навчального процесу»).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Видами контролю успішності засвоєння матеріалу дисципліни є модульна контрольна робота (МКР), робота на парах, виконання домашніх завдань (ДЗ), виконання та захист розрахункової роботи (РР), поточний та семестровий контроль.

Календарний контроль

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

Домашні завдання

Домашні завдання (ДЗ) мають на меті засвоєння аудиторного матеріалу та розвиток практичних здібностей самостійної роботи.

При дистанційній формі навчання ДЗ перед кожним практичним заняттям або згідно графіку завантажують в папку Google-класу. Оцінка за ДЗ залежить від його обсягу, кількості помилок, зрозумілості ідей розв'язків та охайності оформлення.

Максимальна кількість балів за кожне домашнє завдання дорівнює 1 балів, за всі 16.

Затримка у завантаженні ДЗ зменшує максимальну оцінку на 0.5 бали за кожний тиждень запізнення. При затримці від 2 тижнів — максимальна оцінка 0.5 бали. Списані розв'язки, які студент не може пояснити, не зараховуються.

Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота (МКР) поділяється на дві частини, що проводяться згідно графіку. МКР містить питання з тем лекцій та практик, включаючи ДЗ.

Списані відповіді, які студент не може пояснити, не зараховуються.

Максимальна кількість балів за кожну контрольну роботу дорівнює 30 балів, за дві 60.

Списані відповіді, які студент не може пояснити, не зараховуються.

У випадку дистанційної форми навчання оцінка за МКР може бути знижена на 5 балів за кожні 5 хвилин запізнення у надсиланні роботи

Розрахункова робота

Максимальна кількість балів за виконання та захист РР $P_{\max} = 18$ балів. ДКР складається із $N_{\max} = 20$ прикладів. Необхідною умовою зарахування РР є правильне виконання 18 з 20 завдань. Захист відбувається за умови вчасного виконання студентом РР, а також її зарахування та складається із самостійного розв'язку студентом одного завдання з його роботи, обраного викладачем.

Робота на парах

Ваговий бал для роботи на парі – 1. Максимальна кількість – 6 балів.

Конструктивна ідея або відповідь із місця на лекції або практиці оцінюється в 1 бал. Також під час пар може проводитись поточний контроль у вигляді експрес-опитування. З огляду на обмежену кількість виходів до дошки студенти зацікавлені у активній участі в роботі на практичних заняттях.

Бонусні бали

За особливу гарну роботу на практиці або на лекції студент може додатково до базових балів отримати 5 бонусних балів.

Семестровий контроль (залік)

Рейтингова оцінка **R** є сумою рейтингових балів отриманих у семестрі (включаючи до 5 бонусних балів). Сума максимально можливих базових балів дорівнює 100 балам:

№	Контрольний захід	Бал	Кількість	Всього
1	МКР	30	2	60
2	ДЗ	1	16	16
3	РР	18		18
4	Активність на парах	6		6
	Всього			100

Студент отримує залік за умови виконання та захисту РР, а також завантаження всіх ДЗ.

Якщо студент має багато пропусків без поважної причини та/або не виконав вчасно значну частину контрольних заходів, викладач може вимагати пройти усну співбесіду за матеріалом навчальної дисципліни.

В разі $R \leq 20$ студенту рекомендується повторне вивчення дисципліни.

Таблиця відповідності **R** оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
95 – 100	Відмінно
85 – 94	Дуже добре
75 – 84	Добре
65 – 74	Задовільно
60 – 64	Достатньо
0 – 59	Незадовільно

9. Контрольні питання з курсу

Нижче наведений орієнтовний перелік теоретичних питань з курсу. Цей перелік може корегуватись якщо якісь теми були зменшені або в обсязі.

1. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними
2. Рівняння, що зводяться до рівнянь з відокремлюваними змінними
3. Лінійні рівняння I-ого порядку: методи інтегрування та властивості розв'язків
4. Рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь
5. Методи інтегрування рівнянь у повних диференціалах
6. Метод інтегрального множника: існування, зв'язок між різними інтегральними множниками, методи пошуку
7. Теорема Коші про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для явного рівняння I-ого порядку: формулювання, метод Коші-Пікара для доведення. Теорема Пеано
8. Неявні рівняння I-ого порядку: означення, постановка задачі Коші, методи інтегрування, неявні рівняння Клеро та Лагранжа
9. Особливі розв'язки: означення та методи пошуку
10. Методи інтегрування неявних рівнянь довільного порядку
11. Властивості розв'язків лінійних рівнянь довільного порядку
12. Метод варіації сталих розв'язку лінійних неоднорідних рівнянь
13. Загальний розв'язок лінійних однорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами
14. Методи розв'язання лінійних неоднорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами
15. Формули Ліувілля та Абеля
16. Властивості і побудова розв'язків лінійних систем
17. Розв'язання лінійних систем I-ого порядку зі сталими коефіцієнтами
18. Методи інтегрування нормальних систем I-ого порядку
19. Метод характеристик розв'язання квазілінійних рівнянь у частинних похідних I-ого порядку
20. Стійкість розв'язків задачі Коші
21. Стійкість лінійних рівнянь та систем
22. Методи Ляпунова дослідження стійкості нелінійних систем
23. Особливі точки нормальної системи двох рівнянь зі сталими коефіцієнтами

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: _____ старший викладач Наказной Павло Олександрович
(посада, науковий ступінь, вчене звання, ПІБ)

Ухвалено: кафедрою _____ математичного моделювання та аналізу даних
(повна назва кафедри)

(протокол № 6 від 18.06. 2025 р.)

Затверджено: Методичною радою _____ НН Фізико-технічного інституту
(назва факультету/інституту)

(протокол № 6 від 30.06. 2025 р.)