Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Навчально-науковий фізико-технічний інститут
кафедра математичних методів захисту інформації

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 3
ЗО 7.3

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	*Перший (бакалаврський)*
Галузь знань	*11 Математика та статитстика*
Спеціальність	*113 Прикладна математика*
Освітня програма	*Математичні методи криптографічного захисту інформації*
Статус дисципліни	*Нормативна*
Форма навчання	*очна(денна)*
Рік підготовки, семестр	*2 курс, осінній семестр*
Обсяг дисципліни	*Загальна кількість: (3,5 кр.) 105 год.* *Лекційних занять: 36 год.* *Практичних занять: 36 год.* *Самостійна робота студентів: 33 од.*
Семестровий контроль/ контрольні заходи	*залік, МКР, ДКР, колоквіум*
Розклад занять	http://ipt.kpi.ua/navchalnij-protses
Мова викладання	*Українська*
Інформація про керівника курсу / викладачів	**Лектор: к.ф.-м.н., доцент, Кубайчук Оксана Олексіївна,** o.kubaychuk@gmail.com **Практичні : к.ф.-м.н., доцент, Кубайчук Оксана Олексіївна,** o.kubaychuk@gmail.com ;
Розміщення курсу	**Дистанційний курс у Google Classroom**

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» є дисципліною природничо-наукової підготовки і присвячена формуванню у студентів здатності застосовувати основні поняття, означення, теореми та методи їх доведення теоретичної математики, що необхідні для вивчення наступних дисциплін спеціальності «Прикладна математика», вивчення найважливіших результатів сучасної математики.

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» складається з з трьох освітніх компонентів: «Математичний аналіз 1» (вивчається у першому семестрі), «Математичний аналіз 2» (вивчається у другому семестрі), «Математичний аналіз 3» (вивчається у третьому семестрі).

«Математичний аналіз 3» присвячений вивченню елементів аналізу в метричних просторах, диференціального числення дійсних та векторних функцій багатьох змінних, інтегралів різних типів та їх застосувань.

Завдання дисципліни — навчити студентів використовувати методи і прийоми математичного аналізу для прикладних задач.
Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:
знання:
демонструвати розуміння теорії невласних інтегралів, в т. ч. залежних від параметрів, Гамма- та Бета- функції; досліджувати невласні інтеграли на збіжність та обчислювати їх; теорію кратних інтегралів, геометричний та фізичний зміст, обчислювати кратні інтеграли та невласні кратні інтеграли в різних системах координат; застосовувати та обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли 1-го та 2-го роду; використовувати інтегральне числення функцій багатьох змінних з елементами векторного аналізу, основні інтегральні формули аналізу.
уміння:
досліджувати невласні інтеграли від функції однієї змінної на збіжність і обчислювати їх; обчислювати подвійні, потрійні інтеграли в різних системах координат; обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли обох типів; користуватись формулами векторного аналізу (формула Остроградського-Гаусса, формула Стокса).
досвід:
ці уміння необхідні для розуміння загальних зв'язків між математичними поняттями і методами та практичними задачам, дозволяють студентам самостійно використовувати теоретичні знання та застосовувати практичні навички, отримані під час виконання самостійних завдань та активної участі на практичних заняттях, поглиблюючи засвоєння теоретичного матеріалу.
Згідно з вимогами освітньо-наукової програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни «Математичний аналіз 3» мають продемонструвати такі результати навчання:
Загальні компетентності

ЗК 1 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 3 Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК 4 Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 6 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 8 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльност

Спеціальні компетентності

ФК 1 Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК 2 Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК 14 Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

Програмні результати навчання

РН 1 Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН 2 Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН 7 Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

РН 15 Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Місце навчальної дисципліни в програмі навчання

Для успішного засвоєння даної дисципліни необхідне володіння знаннями та уміннями, які набувають студенти при вивченні таких дисциплін та кредитних модулів: «Математичний аналіз. Частина 1», «Математичний аналіз. Частина 2».
Отримані практичні навички та засвоєні теоретичні знання під час вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз. Частина 3» використовуються в подальшому під час вивчення переважної більшості навчальних дисциплін спеціальності. Особливо в таких навчальних дисциплінах: «Теорія функцій комплексної змінної».

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Метричні простори.

Тема 1.1. Елементи аналізу в метричних просторах.

Розділ 2. Дійсні та векторні функції від кількох змінних.

Тема 2.1. Диференціальне числення дійсних функцій від кількох змінних.

Тема 2.2. Векторні функції від кількох змінних.

Розділ 3. Інтеграл Стільтьєса. Інтеграли, що залежать від параметра. Ряд та інтеграл Фур'є.

Тема 3.1. Функції обмеженої варіації та інтеграл Стільтьєса.

Тема 3.2. Інтеграли, що залежать від параметра.

Тема 3.3. Елементи теорії рядів Фур'є та інтеграла Фур'є.

Розділ 4. Кратні інтеграли.

Тема 4.1. Кратні інтеграли.

Розділ 5. Інтеграли по многовидах і теорема Стокса. Елементи теорії поля.

Тема 5.1. Інтеграли по многовидах і теорема Стокса.

Тема 5.2. Елементи теорії поля.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Нижче наводиться перелік навчальних матеріалів та ресурсів для засвоєння матеріалу, що розглядається на лекційних заняттях та для додаткового вивчення. Його поділено на базові, які слід вивчати у першу чергу та додаткові, до яких можна звертатись факультативно.

Література

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. - К: "Либідь", ч.1, 1993.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. - К: "Либідь", ч.2, 1994.
3. Курченко О.О., Рабець К.В. Метричні простори у курсі математичного аналізу. – К., 2011.
4. Денисьєвський М.О., Чайковський А.В. Збірник задач з математичного аналізу. Функції кількох змінних. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2012.
5. Федір Лиман, Віталій Власенко, Світлана Петренко. Вища математика. Навчальний посібник. У 2-х частинах. - К.: Університетська книга, 2018.
6. Є.П.Зайцев. Вища математика. Інтегральне числення функції однієї та багатьох змінних. Звичайні диференціальні рівняння. Ряди. - К.: Алерта, 2018.
7. В.Ю.Клепко, В.Л.Голець. Вища математика в прикладах і задачах. - К.: Центр навчальної літератури, 2017.
8. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. зак. / В.П Дубовик., І.І. Юрик. - 4-те вид. - К. : Ігнатекс-Україна, 2013

Інформаційні ресурси

1. Федір Лиман, Віталій Власенко, Світлана Петренко. Вища математика. Навчальний посібник. У 2-х частинах. - К.: Університетська книга, 2018. https://www.yakaboo.ua/ua/vischa-matematika-navchal-nij-posibnik-u-2-chastinah.html#media_popup_fragment
2. В.Ю.Клепко, В.Л.Голець. Вища математика в прикладах і задачах. - К.: Центр навчальної літератури, 2017.
https://www.yakaboo.ua/ua/vischa-matematika-v-prikladah-i-zadachah.html
3. Є.П.Зайцев. Вища математика. Інтегральне числення функції однієї та багатьох змінних. Звичайні диференціальні рівняння. Ряди. - К.: Алерта, 2018.
https://www.yakaboo.ua/ua/vischa-matematika-navchal-nij-posibnik-u-2-

chastinah.html#media_popup_fragment
4. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. зак. / В.П Дубовик., І.І. Юрик. - 4-те вид. - К. : Ігнатекс-Україна, 2013.
http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/10062/1/56.pdf

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для опанування навчальної дисципліни застосовуються методи: пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, проблемного викладу, евристичний, дослідницький, дискусійний.

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
	Розділ 1. Метричні простори
	Тема 1.1. Елементи аналізу в метричних просторах.
1	**Лекція 1.** Означення метрики та метричного простору. Властивості відстані. Декартовий добуток метричних просторів. Границя послідовності елементів метричного простору. Кулі, обмежена множина, гранична точка. Відкриті множини. Замкнуті множини. Сепарабельні метричні простори. Повні метричні простори, поповнення метричних просторів. Функції на метричних просторах. Границя функції в точці. Поняття про повторні границі. Неперервні функції, їх елементарні властивості. Теорема про характеризацію неперервної функції. Рівномірно неперервна на множині функція. Компактні множини та їх властивості. Критерій компактності. Властивості неперервних функцій на компактах. Теорема Банаха**.** Застосування принципу стискаючих відображень. Теорема про неявну функцію. Теорема Стоуна-Вейєрштрасса та її застосування. *Література:* [2], с.5-45. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Розділ 2. Дійсні та векторні функції від кількох змінних
	Тема 2.1. Диференціальне числення дійсних функцій від кількох змінних.
2	**Лекція 2.** Означення похідної за напрямком та її властивості. Частинні похідні та їх властивості. Означення похідної функції в точці.Диференційовні функції. Поняття диференційовності. Достатня умова диференційовності. Властивості диференційовних функцій. *Література:* [2], с.50-60. СРС: опрацювання матеріалу лекції
3	**Лекція 3.** Похідні й диференціали вищих порядків. Похідні другого порядку. Похідні порядку n. Формула Тейлора. Екстремум. Необхідна умова локального екстремуму. Достатня умова строгого локального екстремуму. Опуклі функції. *Література:* [2], с.60-74. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Тема 2.2. Векторні функції від кількох змінних.
4	**Лекція 4.** Неперервні відображення. Лінійні відображення. Означення неперервного відображення. Приклади. Диференційовні відображення. Означення диференційовного в точці відображення. Похідна і якобіан відображення. Правило диференціювання зложеної функції. *Література:* [2], с.74-84. СРС: опрацювання матеріалу лекції.

5	**Лекція 5.** Теореми про неявну і обернену функції. Локальний відносний екстремум. Означення локального відносного(умовного) екстремуму. Правило множників Лагранжа (неохідна умова локального відносного екстремуму). Достатня умова локального відносного екстремуму. Власні числа симетричної матриці. *Література:* [2], с.84-91. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Розділ 3. Інтеграл Стільтьєса. Інтеграли, що залежать від параметра. Ряд та інтеграл Фур'є.
	Тема 3.1. Функції обмеженої варіації та інтеграл Стільтьєса.
6	**Лекція 6.** Монотонні функції. Означення монотонно неспадної функції. Функція стрибків. Теорема про розклад. Функції обмеженої варіації. Означення функції обмеженої варіації. Варіація функції. Властивості функцій обмеженої варіації і варіації. Спрямлювані криві. Теорема Жордана.Інтеграл Стільтьєса. Означення інтеграла Рімана-Стільтьєса. Властивості сум Дарбу-Стільтьєса, інтеграла Стільтьєса. Інтеграл Стільтьєса відносно функції обмеженої варіації. Обчислення інтеграла Стільтьєса. Теорема Хеллі. *Література:* [1], с.281-300. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Тема 3.2. Інтеграли, що залежать від параметра.
7	**Лекція 7.** Функції, які задаються за допомогою власних інтегралів. Теореми про неперервність, інтегрування (зміна порядку інтегрування), диференціювання власного інтеграла за параметром. Рівномірна збіжність і теорема про граничний перехід. Рівномірна збіжність невласних інтегралів, залежних від параметра. Означення рівномірної збіжності невласного інтеграла. Критерій рівномірної збіжності невласного інтеграла. Ознаки Вейєрштрасса, Діріхле, Абеля рівномірної збіжності невласних інтегралів. *Література:* [2], с.108-118. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
8	**Лекція 8.** Властивості функцій, визначених за допомогою невласних інтегралів. Теореми про неперервність невласного інтеграла по параметру, про граничний перехід під знаком невласного інтеграла, про інтегрування за параметром (параметр належить скінченному проміжку), про диференціювання за параметром, про інтегрування по нескінченному проміжку. Обчислення інтеграла Ойлера-Пуассона. Гамма і Бета-функції. Означення і елементарні властивості гамма-функції. Основна теорема теорії гамма-функції. Основні формули для гамма-функції (формула Ойлера, забраження Вейєрштрасса, формула подвоєння Лежандра, функціональне рівняння Ойлера). Розвинення синуса в нескінченний добуток. Формула Стірлінга. Бета-функція та її властивості. *Література:* [2], с.118-139. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Тема 3.3. Елементи теорії рядів Фур'є та інтеграла Фур'є.
9	**Лекція 9.** Ряд Фур'є по ортонормованій послідовності функцій. Збіжність в середньому квадратичному. Основні поняття і означення. Задача про найкраще наближення в сенсі середньоквадратичної відстані. Коефіцієнти Фур'є. Ряд Фур'є. Ряд Фур'є по тригонометричній послідовності функцій. Наслідки із загальної теорії. Лема Рімана. Інтегральне зображення для часткової суми ряду Фур'є. Збіжність ряду Фур'є в точці. Ознака Діні. Ознака Ліпшиця. Теорема Фейєра. Теорема Вейєрштрасса. *Література:* [2], с.245-264. СРС: опрацювання матеріалу лекції.

10	**Лекція 10.** Рівномірна збіжність, диференціювання та інтегрування ряду Фур'є. Поняття тригонометричного ряду, властивості коефіцієнтів Фур'є. Рівномірна збіжність, диференційовність ряду Фур'є. Інтегрування ряду Фур'є. Випадок функції з довільним періодом. Інтеграл Фур'є. Формальне отримання інтегральної формули Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є в точці Ознака Діні. Ознака Ліпшиця. Перетворення Фур'є, його властивості і застосування. *Література:* [2], с.265-280. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Розділ 4. Кратні інтеграли
	Тема 4.1. Кратні інтеграли.
11	**Лекція 11.** Кратні інтеграли по брусу. Брус і його міра, розбиття бруса і його діаметр. Нижня і верхня суми Дарбу, інтегральна сума. Нижній і верхній інтеграли. Означення кратного інтеграла по брусу. Інтегровність неперервної функції по брусу. Властивості інтеграла від неперервної функції. Формула зведення m -кратного інтеграла до послідовності однократних. *Література:* [2], с.139-152. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
12	**Лекція 12.** Розбиття простору R^m . Означення вимірності за Жорданом, міра Жордана. Властивості вимірних за Жорданом множин і міри Жордана. Циліндричні множини і їх вимірність. Означення кратного інтеграла по вимірній множині та його властивості. Обчислення інтеграла по циліндричним множинам. *Література:* [2], с.152-168. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
13	**Лекція 13.** Відображення вимірних множин. Відображення спеціального виду, вимірність образу при відображенні спеціального виду. Формула заміни змінних для відображення спеціального виду. Локальне зведення відображення до суперпозиції відображень спеціального виду. Формула заміни змінних, приклади. Невласні кратні інтеграли. Інтеграли від необмежених функцій, приклади. Інтеграли по необмеженим множинам, приклади. *Література:* [2], с.168-188. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Розділ 5. Інтеграли по многовидах і теорема Стокса. Елементи теорії поля
	Тема 5.1. Інтеграли по многовидах і теорема Стокса.
14	**Лекція 14.** Основні поняття і означення. Регулярні відображення. Допустимі координатні простори. Орієнтація. Диференціальні форми степеня m в просторі R^m і нова форма формули заміни змінних. Поняття многовиду, орієнтовані многовиди, приклади. Інтеграл по многовиду від диференціальної форми. Криволінійні і поверхневі інтеграли другого роду. *Література:* [2], с.190-206. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
15	**Лекція 15.** Зовнішній диференціал диференціальної форми, приклади. Теорема Пуанкаре. Орієнтація границі множини. Спеціальний випадок загальної формули Стокса. Формули Ньютона-Лейбніця, Гріна, Гаусса-Остроградського як часткові випадки спеціального випадку загальної формули Стокса. Загальна формула Стокса і наслідки з неї. *Література:* [2], с.206-222. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
16	**Лекція 16.** Криволінійний інтеграл від диференціаьної форми першого степеня. Криволінійний інтеграл другого роду від диференціала. Замкнуті диференціальні форми. Однозв'язні множини. Міра на многовиді. Гіперплощина в R^m частковий випадок многовиду. Означення міри на многовиді. Довжина дуги. Довжина дуги як границя. Площа поверхні. Площа поверхні як границя. *Література:* [2], с.222-238. СРС: опрацювання матеріалу лекції.

17	**Лекція 17.** Інтеграли першого роду по многовиду. Загальне означення та зв'язок з інтегралом другого роду. Криволінійний інтеграл першого роду. Зв'язок з криволінійним інтегралом другого роду. Криволінійний інтеграл першого роду як границя. Поверхневий інтеграл першого роду. Зв'язок між інтегралами першого та другого роду. *Література:* [2], с.238-245. СРС: опрацювання матеріалу лекції.
	Тема 5.2. Елементи теорії поля
18	**Лекція 18.** Елементи теорії поля. Означення основних диференціальних операторів теорії поля. Просторове диференціювання і безкоординатне представлення основних диференціальних операцій теорії поля. Застосування до визначення фізичних величин (циркуляція векторного поля, потік векторного поля, векторні лінії, моменти, центр ваги тощо). *Література:* [5], с.221-228; [9], Т3, с.415-435. СРС: опрацювання матеріалу лекції.

Практичні заняття

Метою проведення практичних занять є закріплення знань, надбаних на лекційних заняттях та практичне оволодіння математичними методами та прикладами їх застосування.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	**Заняття 1.** Метричні простори. Метрика. Відкриті, замкнені та компактні множини. Неперервність функцій багатьох змінних.
2	**Заняття 2.** Градієнт функції. Похідні за напрямком. Частинні похідні. Диференційованість функцій. Зв'язок повного диференціала з частинними похідними. Теорема про диференціювання складної функції.
3	**Заняття 3.** Похідні та диференціали старших порядків. Теорема про рівність змішаних похідних. Формула Тейлора.
4	**Заняття 4.** Означення неперервності вектор-функції в точці та в області. Локальні властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність функції багатьох змінних. Необхідна умова локального екстремуму. Критичні точки. Достатня умова локального екстремуму. Критерій Сильвестра.
5	**Заняття 5.** Матриця Якобі та якобіан відображення. Властивість визначників Якобі взаємно обернених відображень. Теорема про неявну функцію. Теорема про обернену функцію. Локальний умовний екстремум. Правило множників Лагранжа.
6	**Заняття 6.** Функції обмеженої варіації. Обчислення інтеграла Рімана-Стільтьєса.
7	**Заняття 7**. Функції, які задаються за допомогою невласних інтегралів. Рівномірна збіжність невласних інтегралів залежних від параметра.
8	**Заняття 8.** Властивості функцій, визначених за допомогою невласних інтегралів. Гамма і бета-функції.
9	**Заняття 9.** Модульна контрольна робота (ч. 1, 1 год.) Ряд Фур'є по ортонормованій послідовності функцій.
10	**Заняття 10.** Рівномірна збіжність, диференціювання та інтегрування ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є.
11	**Заняття 11.** Зовнішня, внутрішня міри множини. Вимірність за Жорданом. Властивості вимірних множин. Вимірність циліндричних множин. Означення інтеграла по вимірній множині.
12	**Заняття 12.** Обчислення інтегралів по циліндричним множинам. Зміна порядку інтегрування. Формула заміни змінних в кратному інтегралі. Приклади застосування подвійних інтегралів для обчислення геометричних та фізичних величин (площа фігури, центр мас, моменти тощо).
13	**Заняття 13.** Невласні кратні інтеграли.
14	**Заняття 14.** Модульна контрольна робота (ч. 2, 1 год.). Допустимі координатні простори.

15	**Заняття 15.** Криволінійний інтеграл другого роду. Поверхневий інтеграл другого роду.
16	**Заняття 16.** Формула Остроградського-Гаусса. Формула Гріна на площині. Формула Стокса.
17	**Заняття 17.** Криволінійний інтеграл першого роду. Поверхневий інтеграл першого роду. Зв'язок між інтегралами першого та другого роду.
18	**Заняття 18.** Диференціальний залік.

6. Самостійна робота

№ з/п	**Вид самостійної роботи**	**Кількість годин СРС**
1.	Підготовка до практичних занять	10
2.	Підготовка до МКР	10
3.	Підготовка до колоквіуму	7
4.	Підготовка до заліку	6
	Загалом	**33**

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових зусиль. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його та формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань: обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях; робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій; виконання підготовчої роботи до практичних занять, виконання ДКР, підготовка до написання МКР (модульної контрольної роботи); підготовка до колоквіуму; підготовка до семестрового контролю (залік).

Контрольні роботи

Метою проведення модульної контрольної роботи є перевірка рівня засвоєння теоретичного і практичного матеріалу дисципліни.

МКР (Блок 1). Метричні простори. Диференціальне числення дійсних та векторних функцій від кількох змінних

МКР (Блок 2). Інтеграл Стільтьєса. Інтегали, що залежать від параметра. Ряд та Інтеграл Фур'є. Кратні інтеграли.

Колоквіум. Інтеграли по многовидам. Елементи теорії поля.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування лекцій, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для успішного складання заліку.

Модульні контрольні роботи виконуються згідно графіка.

Календарний рубіжний контроль

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

Академічна доброчесність
Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.
Норми етичної поведінки
Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.
Процедура оскарження результатів контрольних заходів
Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно «Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», «Положення про організацію навчального процесу»).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Видами контролю успішності засвоєння матеріалу дисципліни є модульна контрольна робота (МКР), робота на практичних заняттях (ПЗ) та виконання ДКР, колоквіум (К), семестровий контроль (залік).

I. Складові семестрового рейтингу:

Семестровий рейтинг:

$$\mathbf{R_C = МКР + ДКР + К = 42 + 18 + 40 = 100\ балів}$$

1. ***Модульна контрольна робота:*** **МКР = МКР1 + МКР2 = 42 балів.**

Результат виконання кожного завдання МКР оцінюється за такими критеріями (у відсотках максимальної кількості балів за окреме завдання):
- виконання завдання у повному обсязі 100%,
- часткове виконання з незначною кількістю непринципових помилок $\geq 60\%$ ($< 100\%$),
- часткове виконання, є помилки, неповне обґрунтування відповіді $\geq 40\%$ ($< 60\%$),
- часткове виконання, є помилки, немає обґрунтування відповіді <40%,
- завдання не виконане або виконане з грубими помилками, немає обґрунтування відповіді 0%.

Підсумковий бал за роботу є сумою балів, нарахованих за виконання окремих завдань.

2. ***Домашня контрольна робота: ДКР* = 18 балів.**

- за кожне з 18 ДЗ можна отримати 1 бал, разом 18 балів

3. ***Колоквіум: К = 40 балів***

Складається з теоретичної і практичної частини, по 20 балів кожна
- виконання завдання у повному обсязі 100%,
- часткове виконання завдання [60%, 100%),
- завдання не виконане або виконане з грубими помилками, немає обґрунтування відповіді 0%.

4. ***Штрафні та заохочувальні бали за:***

- виконання завдань підвищеної складності та олімпіади, активна участь на практичних заняттях та лекціях +5-10 балів,

II. Розрахунок шкали рейтингу

Загальна рейтингова оцінка студента після завершення семестру складається з балів, отриманих за:

№	Контрольний захід	Бал	Кількість	Всього
1	Модульна контрольна робота	21	2	42
2	ДКР	1	18	18
3	Колоквіум	40	1	40
	Всього			100

Здобувачі, що мають рейтинг ≥60 балів отримують залік без додаткових випробувань.

Зі здобувачами, які мають рейтингову оцінку менше 60 балів, а також з тими, хто бажає підвищити свою рейтингову оцінку, на останньому за розкладом занятті з дисципліни в семестрі викладач проводить семестровий контроль у вигляді додаткової контрольної роботи або співбесіди.
Попередній рейтинг здобувача у цьому випадку скасовується.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	*Оцінка*
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

Питання до заліку (за семестровий курс)

Нижче наведений орієнтовний перелік теоретичних питань до заліку. Цей перелік може корегуватись якщо якісь теми були зменшені або збільшені в обсязі.

<u>Розділ 1. Метричні простори</u>

1. Означення метрики та метричного простору. Приклади метричних просторів. Елементарні властивості метрики. Декартовий добуток метричних просторів.
2. Збіжність в метричному просторі. Відкриті й замкнені множини.
3. Сепарабельні метричні простори. Повні метричні простори, поповнення метричних просторів.
4. Функції на метричних просторах. Границя функції в точці. Подвійна і повторна границі.
5. Неперервні функції, їх елементарні властивості. Теорема про характеризацію неперервної функції. Рівномірно неперервна на множині функція.
6. Компактні множини та їх властивості. Критерій компактності Гаусдорфа.
7. Властивості неперервних функцій на компактах.
8. Теорема Банаха**.** Застосування принципу стискаючих відображень.
9. Теорема Стоуна-Вейєрштрасса та її застосування.

<u>Розділ 2. Дійсні та векторні функції від кількох змінних</u>

1. Означеня похідної за напрямком та її властивості. Частинні похідні та їх властивості.
2. Означення похідної функції в точці. Диференційовні функції. Достатня умова диференційовності.
3. Властивості диференційовних функцій.
4. Похідні другого порядку. Похідні порядку n. Формула Тейлора.
5. Екстремум. Необхідна умова локального екстремуму. Достатня умова строгого локального екстремуму.
6. Опуклі функції.
7. Лінійні відображення. Означення неперервного відображення. Приклади.
8. Диференційовні відображення. Означення диференційовного в точці відображення.
9. Похідна і якобіан відображення.
10. Правило диференціювання зложеної функції.
11. Теореми про неявну і обернену функції.
12. Означення локального відносного(умовного) екстремуму. Правило множників Лагранжа (неохідна умова локального відносного екстремуму).
13. Достатня умова локального відносного екстремуму.
14. Власні числа симетричної матриці.

<u>Розділ 3. Інтеграл Стільтьєса. Інтеграли, що залежать від параметра. Ряд та інтеграл Фур'є.</u>

1. Означення монотонно неспадної функції. Функція стрибків. Теорема про розклад.
2. Означення функції обмеженої варіації. Варіація функції. Властивості функцій обмеженої варіації і варіації. Спрямлювані криві. Теорема Жордана.
3. Означення інтеграла Рімана-Стільтьєса.

4. Властивості сум Дарбу-Стільтьєса.
5. Властивості інтеграла Стільтьєса.
6. Інтеграл Стільтьєса відносно функції обмеженої варіації. Обчислення інтеграла Стільтьєса.
7. Теорема Хеллі.
8. Функції, які задаються за допомогою власних інтегралів.
9. Теореми про неперервність, інтегрування (зміна порядку інтегрування), диференціювання власного інтеграла за параметром.
10. Рівномірна збіжність невласних інтегралів, залежних від параметра. Критерій рівномірної збіжності невласного інтеграла.
11. Ознаки Вейєрштрасса, Діріхле, Абеля рівномірної збіжності невласних інтегралів.
12. Властивості функцій, визначених за допомогою невласних інтегралів.
13. Теорема про неперервність невласного інтеграла по параметру.
14. Теорема про граничний перехід під знаком невласного інтеграла. Теорема про інтегрування за параметром (параметр належить скінченному проміжку).
15. Теорема про диференціювання за параметром.
16. Теорема про інтегрування по нескінченному проміжку.
17. Означення і елементарні властивості гамма-функції.
18. Основна теорема теорії гамма-функції.
19. Основні формули для гамма-функції (формула Ойлера, забраження Вейєрштрасса, формула подвоєння Лежандра, функціональне рівняння Ойлера).
20. Розвинення синуса в нескінченний добуток.
21. Формула Стірлінга.
22. Бета-функція та її властивості.
23. Ряд Фур'є по ортонормованій послідовності функцій.
24. Збіжність в середньому квадратичному. Задача про найкраще наближення в сенсі середньоквадратичної відстані.
25. Ряд Фур'є по тригонометричній послідовності функцій.
26. Інтегральне зображення для часткової суми ряду Фур'є.
27. Збіжність ряду Фур'є в точці.
28. Ознака Діні.
29. Ознака Ліпшиця.
30. Теорема Фейєра.
31. Теорема Вейєрштрасса.
32. Рівномірна збіжність ряду Фур'є.
33. Диференціювання ряду Фур'є.
34. Інтегрування ряду Фур'є.
35. Поняття тригонометричного ряду, властивості коефіцієнтів Фур'є.
36. Випадок функції з довільним періодом.
37. Інтеграл Фур'є. Формальне отримання інтегральної формули Фур'є.
38. Збіжність інтеграла Фур'є в точці.
39. Ознака Діні.
40. Ознака Ліпшиця.
41. Перетворення Фур'є, його властивості і застосування.

Розділ 4. Кратні інтеграли

1. Брус і його міра, розбиття бруса і його діаметр.
2. Нижня і верхня суми Дарбу, інтегральна сума.
3. Нижній і верхній інтеграли. Означення кратного інтеграла по брусу.
4. Інтегровність неперервної функції по брусу.
5. Властивості інтеграла від неперервної функції.
6. Формула зведення m-кратного інтеграла до послідовності однократних.
7. Розбиття простору R^m. Означення вимірності за Жорданом, міра Жордана.
8. Поняття виимірності за Лебегом.
9. Властивості вимірних за Жорданом множин і міри Жордана.

10. Циліндричні множини і їх вимірність.
11. Означення кратного інтеграла по вимірній множині та його властивості.
12. Обчислення інтеграла по циліндричним множинам.
13. Відображення вимірних множин.
14. Відображення спеціального виду, вимірність образу при відображенні спеціального виду.
15. Формула заміни змінних для відображення спеціального виду.
16. Локальне зведення відображення до суперпозиції відображень спеціального виду.
17. Формула заміни змінних.
18. Невласні кратні інтеграли.
19. Інтеграли від необмежених функцій.
20. Інтеграли по необмеженим множинам.

Розділ 5. Інтеграли по многовидах і теорема Стокса. Елементи теорії поля

1. Регулярні відображення. Допустимі координатні простори. Орієнтація.
2. Диференціальні форми степеня m в просторі R^m і нова форма формули заміни змінних.
3. Поняття многовиду, орієнтовані многовиди.
4. Інтеграл по многовиду від диференціальної форми.
5. Криволінійні і поверхневі інтеграли другого роду.
6. Зовнішній диференціал диференціальної форми.
7. Теорема Пуанкаре.
8. Орієнтація границі множини.
9. Спеціальний випадок загальної формули Стокса.
10. Формули Ньютона-Лейбніця, Гріна, Гаусса-Остроградського як часткові випадки спеціального випадку загальної формули Стокса.
11. Загальна формула Стокса і наслідки з неї.
12. Криволінійний інтеграл від диференціаьної форми першого степеня.
13. Криволінійний інтеграл другого роду від диференціала.
14. Замкнені диференціальні форми. Однозв’язні множини.
15. Міра на многовиді.
16. Гіперплощина в R^m частковий випадок многовиду.
17. Довжина дуги. Довжина дуги як границя.
18. Площа поверхні. Площа поверхні як границя.
19. Інтеграли першого роду по многовиду та зв’язок з інтегралом другого роду.
20. Криволінійний інтеграл першого роду. Зв’язок з криволінійним інтегралом другого роду.
21. Криволінійний інтеграл першого роду як границя.
22. Поверхневий інтеграл першого роду. Зв’язок між інтегралами першого та другого роду.
23. Елементи теорії поля.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к.ф.-м..н., доцент, Кубайчук Оксана Олексіївна

Ухвалено кафедрою _ММЗІ_ (протокол № 6 від 19.06.24)

Погоджено Методичною комісією ФТІ (протокол № 6 від 27.06.24)