



# ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ (ЗО 10)

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика і статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Математичні методи криптографічного захисту інформації
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	3 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	Загальна кількість: 90 годин/3 кредити Лекційних занять: 36 год Практичних занять: 18 год Самостійна робота студентів: 36 год
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік / , Модульні контрольні роботи, поточний контроль
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua">http://rozklad.kpi.ua</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: кандидат фізико-математичних наук, старший викладач Рябов Георгій Валентинович, ryabov.george@gmail.com Практичні: кандидат фізико-математичних наук, старший викладач Рябов Георгій Валентинович, ryabov.george@gmail.com
Розміщення курсу	<a href="https://classroom.google.com/c/NDU0NDA5ODY2NTI3?cjc=l3vwx75">https://classroom.google.com/c/NDU0NDA5ODY2NTI3?cjc=l3vwx75</a>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Функціональний аналіз є розділом сучасної математики, в якому вивчаються абстрактні простори наділені узгодженими топологічними та алгебраїчними структурами, та їх перетворення. Абстрактна точка зору на ці об'єкти дозволяє виокремити притаманні їм фундаментальні закони та принципи, які залишаються справедливими в багатьох конкретних ситуаціях, і, відтак, полегшують аналіз конкретних задач. Це обумовлює широту застосування результатів та методів функціонального аналізу в лінійному програмуванні, задачах оптимізації, математичній фізиці, теорії перетворення Фур'є, квантовій фізиці, теорії випадкових процесів тощо.

*Метою навчальної дисципліни є формування та закріплення у студентів компетентностей згідно таблиці відповідності в освітній програмі.*

## **Предмет навчальної дисципліни -**

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі компетентності та програмні результати навчання за освітньою програмою:

### **Загальні компетентності**

ЗК 1 – Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 3 – Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК 4 – Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 6 – Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 8 – Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

### **Фахові компетентності**

ФК 1 – Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК 2 – Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК 14 – Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

### **Програмні результати навчання**

РН 1 – Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН 2 – Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН 15 – Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни**

*Для успішного засвоєння дисципліни “Функціональний аналіз” студент повинен вільно володіти поняттями та результатами, викладеними в дисципліні “Теорія функцій комплексної змінної”, “Теорія ймовірностей”.*

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Метричні простори**

Тема 1.1. Топологія метричного простору.

Тема 1.2. Повні метричні простори.

Тема 1.3. Компактні метричні простори.

### **Розділ 2. Лінійні нормовані простори**

Тема 2.1. Лінійні неперервні функціонали. Теорема Гана-Банаха.

Тема 2.2. Слабка збіжність.

Тема 2.3. Гільбертові простори.

### **Розділ 3. Інтеграл Лебега**

Тема 3.1. Теорія міри.

Тема 3.2. Інтеграл Лебега.

Тема 3.3. Простори інтегровних функцій.

#### **Розділ 4. Лінійні оператори**

Тема 4.1. Теорема Банаха про відкрите відображення.

Тема 4.2. Спектральна теорія.

Тема 4.3. Компактні оператори в гільбертовому просторі.

#### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

*Базові:*

1. Ю.М. Березанський, Г.Ф. Ус, З.Г. Шефтель. Функціональний аналіз : курс лекцій. – К. : Вища школа, 1990, 600 с.  
[https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh\\_o3pLidutY?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh_o3pLidutY?usp=sharing)
2. В.М. Кадець. Курс функціонального аналізу та теорії міри. – Львів : І.Е. Чижиков, 2012, 589 с.  
[https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh\\_o3pLidutY?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh_o3pLidutY?usp=sharing)
3. С.А. Ус. Функціональний аналіз. – Дніпропетровськ, НГУ, 2013, 236 с.  
[https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh\\_o3pLidutY?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh_o3pLidutY?usp=sharing)

*Додаткові:*

4. A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. Volume 1. - Rochester, N.Y.: Graylock Press, 1961, 129 pp.  
[https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh\\_o3pLidutY?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh_o3pLidutY?usp=sharing)
5. A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. Volume 2. - Albany, N.Y.: Graylock Press, 1961, 128 pp.  
[https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh\\_o3pLidutY?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh_o3pLidutY?usp=sharing)
6. A.A. Kirillov, A.D. Gvishiani. Theorems and Problems in Functional Analysis. - Springer, New York, 1982, 347pp.  
[https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh\\_o3pLidutY?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1jkd39q5TQbP821u73gE1dh_o3pLidutY?usp=sharing)

#### **Навчальний контент**

#### **5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

*Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для лекційних занять використовуються пояснювально-ілюстративний метод. Для проведення практичних занять використовується метод*

проблемного викладу, при якому викладач показує спосіб рішення поставленого завдання, а студенти стають свідками й співучасниками наукового пошуку.

### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1.	Тема 1.1. Топологія метричного простору Основні питання: Відкриті і замкнені множини. Дотичні точки та операція замикання. Внутрішність. Щільність і сепарабельність. Збіжність в метричному просторі.
2.	Тема 1.2. Повні метричні простори Основні питання: Фундаментальні послідовності. Теорема про вкладені кулі. Теорема Бера. Принцип стискаючих відображень.
3.	Тема 1.2. Повні метричні простори Основні питання: Поповнення метричного простору.
4.	Тема 1.3. Компактні метричні простори Основні питання: Критерій компактності в термінах центрованих сімей замкнених множин, наслідки. Неперервні відображення компактних просторів. Цілком обмежені метричні простори. Критерій Гаусдорфа.
5.	Тема 2.1. Лінійні неперервні функціонали. Теорема Гана-Банаха Основні питання: Лінійні простори і лінійні оператори. Підпростори і фактор-простори. Лінійні функціонали. Неперервність лінійного оператора. Банахові простори.
6.	Тема 2.1. Лінійні неперервні функціонали. Теорема Гана-Банаха Основні питання: Геометрична та аналітична форми теореми Гана-Банаха. Лема Цорна. Відокремлення опуклих множин.
7.	МКР 1
8.	Тема 2.2. Слабка збіжність Основні питання: Рефлексивні простори. Слабка збіжність в нормованому просторі. Метризація *-слабкої збіжності на обмежених множинах спряженого простору. Теорема Банаха-Алаоглу.
9.	Тема 2.3. Гільбертові простори Основні питання: Євклідові та гільбертові простори. Ортонормовані системи та їх властивості. Ортогоналізація Грама-Шмідта. Нерівність Бесселя і рівність Парсеваля. Теорема Ріса-Фішера. Зображення лінійного неперервного функціоналу на гільбертовому просторі.
10.	Тема 3.1. Теорія міри Основні питання: Зовнішня міра. Теорема Каратеодорі. Критерій Каратеодорі вимірності борелевих множин. Міра Лебега.
11.	Тема 3.2. Інтеграл Лебега Основні питання: Інтегрування простих функцій. Визначення інтеграла Лебега. Теорема про монотонну збіжність. Лема Фату. Теорема про обмежену збіжність.
12.	Тема 3.3. Простори інтегровних функцій Основні питання: Нерівності Гельдера та Мінковського. Банахові простори $L_p$ та спряжені до них. Теорема Ріса-Маркова-Какутані.
13.	Тема 4.1. Теорема Банаха про відкрите відображення Основні питання: Теорема Банаха про відкрите відображення. Замкнені оператори. Теорема про замкнений графік. Принцип рівномірної обмеженості.
14.	Тема 4.2. Спектральна теорія Основні питання: Спектр та резольвента лінійного неперервного оператора. Резольвентна тотожність.
15.	МКР 2
16.	Тема 4.3. Компактні оператори в гільбертовому просторі

	Основні питання: Спряжені оператори. Компактні оператори.
17.	Тема 4.3. Компактні оператори в гільбертовому просторі Основні питання: Теорема Гільберта-Шмідта про спектр компактного самоспряженого оператора в гільбертовому просторі.
18.	Тема 4.3. Компактні оператори в гільбертовому просторі Основні питання: Інтегральні рівняння. Рівняння Фредгольма другого роду.

### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1.	Метричні простори Основні питання: Відкриті і замкнені множини. Точки дотику і граничні точки. Замикання і внутрішність.
2.	Повні метричні простори Основні питання: Теорема Бера. Принцип стискаючих відображень.
3.	Компактні метричні простори Основні питання: Властивості компактних просторів. Критерій компактності Гаусдорфа.
4.	Лінійні неперервні функціонали Основні питання: Норма лінійного неперервного функціоналу. Теорема Гана-Банаха.
5.	Гільбертові простори Основні питання: Скалярний добуток. Ортонормовані системи. Повні та замкнені системи.
6.	Інтеграл Лебега Основні питання: Вимірні функції. Обчислення інтегралу Лебега. Простори інтегровних функцій.
7.	Спектральна теорія Основні питання: Резольвента і спектр лінійного оператора. Замкнені оператори.
8.	Компактні оператори Основні питання: Спряжені оператори. Слабка збіжність. Компактні оператори.
9.	Інтегральні рівняння Основні питання: Інтегральні рівняння. Рівняння Фредгольма другого роду.

### 6. Самостійна робота студента

*Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.*

#### Самостійна робота студента

№ з/п	Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
1.	Виконання домашніх контрольних робіт	18
2.	Підготовка до практичних занять	9
3.	Підготовка до МКР	9
	<b>Загалом</b>	<b>36</b>

## 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

### **Відвідування занять**

*Відповідно до Наказу по КПІ 1-273 від 14.09.2020 р. заборонено оцінювати присутність або відсутність здобувача на аудиторному занятті. Матеріал занять, які були з тих чи інших причин пропущені, необхідно опанувати самостійно. У будь-якому випадку студентам рекомендується відвідувати усі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань, контрольних та розрахункових робіт. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, що розвивають практичні уміння та навички.*

### **Правила захисту домашніх контрольних робіт**

*Виконання домашніх контрольних робіт є обов'язковим. Ревізія виконаних домашніх робіт також необхідна для підготовки до модульних контрольних робіт. В кожній домашній роботі студентам пропонується розв'язати набір типових задач з теми відповідного практичного заняття. При розв'язанні задач необхідно обґрунтовувати кожний крок розв'язання, спираючись на теоретичні положення курсу. У випадку застосування тієї чи іншої теореми необхідно ретельно перевірити виконання всіх умов теореми. Кожна задача в домашній контрольній роботі оцінюється в кількість балів, що є пропорційною до кількості задач в домашній контрольній роботі. Якщо при розв'язанні задачі обґрунтовано всі необхідні кроки, але допущено помилки при обчисленнях, вона оцінюється у 80% від максимально можливої кількості балів. Якщо при розв'язанні задачі не перевірено умов використаних тверджень, вона оцінюється в 60% від максимально можливої кількості балів. Якщо при розв'язанні задачі наведено хибні твердження, вона оцінюється в 0% від максимально можливої кількості балів.*

### **Правила захисту модульних контрольних робіт**

*Кожне питання в модульній контрольній роботі оцінюється в кількість балів, що є пропорційною до кількості питань в модульній контрольній роботі. При відповіді на теоретичні питання модульної контрольної роботи всі теореми мають бути сформульовані з усіма умовами, за яких ці теореми мають місце. Якщо при формулюванні теореми пропущена одна з необхідних умов, відповідне питання оцінюється в 0% від максимально можливої кількості балів. Сформульовані визначення мають бути підкріплені прикладами. Якщо визначення сформульоване без прикладів, відповідне питання оцінюється в 50% від максимально можливої кількості балів. Якщо при розв'язанні задачі обґрунтовано всі необхідні кроки, але допущено помилки при обчисленнях, вона оцінюється у 80% від максимально можливої кількості балів. Якщо при розв'язанні задачі не перевірено умов використаних тверджень, вона оцінюється в 60% від максимально можливої кількості балів. Якщо при розв'язанні задачі наведено хибні твердження, вона оцінюється в 0% від максимально можливої кількості балів.*

### **Календарний рубіжний контроль**

*Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній*

рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і викладачів визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

### **Процедура оскарження результатів контрольних заходів**

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами. Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

## **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

### **Поточний контроль:**

Модульні контрольні роботи, виконання домашніх контрольних робіт.

### **Календарний контроль:**

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

### **Семестровий контроль: залік**

Загальна рейтингова оцінка студента після завершення семестру складається з балів, отриманих за:

№	Контрольний захід	Бал	Кількість	Всього
1	Модульна контрольна робота	23	2	46
2	Домашня контрольна робота	6	9	54

	Всього	100
--	--------	-----

*Здобувачі, що мають рейтинг  $\geq 60$  балів отримують залік без додаткових випробувань. Зі здобувачами, які мають рейтингову оцінку менше 60 балів, а також з тими, хто бажає підвищити свою рейтингову оцінку, на останньому за розкладом занятті з дисципліни в семестрі викладач проводить семестровий контроль у вигляді додаткової контрольної роботи.*

*Попередній рейтинг здобувача у цьому випадку скасовується (за винятком балів за домашні контрольні роботи). Рейтингову оцінку визначають у цьому випадку як суму балів за індивідуальні семестрові завдання, які складаються з балів за домашні контрольні роботи. Бали, отримані за виконання модульних контрольних робіт не входять до переліку індивідуальних семестрових завдань. Розмір шкали оцінювання додаткової контрольної роботи зменшується зі 100 балів до 46 балів.*

*Це формує відповідальне ставлення здобувача до прийняття рішення про виконання додаткової контрольної роботи, змушує його критично оцінити рівень своєї підготовки та ретельно готуватися до додаткової контрольної;*

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

#### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** старшим викладачем кафедри математичних методів захисту інформації, кандидатом фізико-математичних наук Рябовим Георгієм Валентиновичем.

**Ухвалено** кафедрою ММЗІ (протокол № 6 від 22.06.2022)

**Погоджено** Методичною комісією навчально-наукового фізико-технічного інституту (протокол № 6 від 30.06.2022)