



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Навчально-науковий фізико-технічний інститут
Кафедра математичних методів захисту
інформації

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. ЧАСТИНА 2 (ЗО 7.2) Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Обов'язкова (нормативна) (цикл загальної підготовки)</i>
Форма навчання	<i>Очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: 165 годин / 5,5 кредитів ЄКТС Лекційних занять: 54 години Практичних занять: 36 годин Самостійна робота студентів: 75 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, поточний контроль, ДКР, МКР</i>
Розклад занять	<i>http://rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н. Южакова Ганна Олексіївна (gayuzh-ipt@ill.kpi.ua) Практичні: Наконечна Юлія Володимирівна</i>
Розміщення курсу	<i>https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=5612</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» є дисципліною природничо-наукової підготовки і тією необхідною частиною математичних знань, яку має опанувати кожен спеціаліст в галузі прикладної математики. Ця дисципліна грає найважливішу роль у формуванні у майбутніх фахівців важливих компетенцій, що пов'язані із застосуванням досягнень сучасної математики в різних сферах людської діяльності.

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» складається з трьох освітніх компонентів: «Математичний аналіз. Частина 1» (вивчається у першому семестрі), «Математичний аналіз. Частина 2» (вивчається у другому семестрі), Математичний аналіз. Частина 3» (вивчається у третьому семестрі).

Освітній компонент «Математичний аналіз. Частина 2» присвячений вивченню інтегрального числення для функцій однієї дійсної змінної та теорії рядів.

Метою освітнього компоненту є формування у студентів здатностей:

- володіти основними поняттями і методами теорії рядів та інтегрального числення, що є необхідними для засвоєння подальших дисциплін спеціальності, а саме — поняттями і властивостями невизначеного та визначеного інтеграла, числового та функціонального ряду;
- виконувати доведення математичних результатів різної складності;
- використовувати набуті теоретичні знання для розв'язання прикладних задач, пов'язаних з точними або наближеними обчисленнями широкого класу геометричних та фізичних величин, дослідження властивостей числових та функціональних рядів.

Після засвоєння освітнього компоненту студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

1) Знання:

- означення і властивостей первісної функції та невизначеного інтеграла;
- основних методів інтегрування (заміна змінної, інтегрування частинами);
- основних прийомів інтегрування раціональних, тригонометричних, деяких ірраціональних функцій;
- означення та властивостей визначеного інтеграла;
- способів обчислення визначеного інтеграла;
- поняття невластних інтегралів 1-го та 2-го роду, ознак збіжності невластних інтегралів;
- понять збіжного числового ряду та його суми;
- ознак збіжності знакосталих та знакозмінних числових рядів;
- загального поняття функціонального ряду та способів дослідження такого ряду;
- властивостей та способів дослідження степеневих рядів;
- основних прийомів зображення заданої функції у вигляді степеневого ряду;

2) Уміння:

- використовувати основні методи інтегрування (заміна змінної, інтегрування частинами) при відшуканні первісних;
- інтегрувати раціональні функції, а також функції, що раціонально залежать від тригонометричних, та деякі ірраціональні функції;
- знаходити визначені інтеграли із застосуванням формули Ньютона – Лейбніца, заміни змінної та інтегрування частинами;
- використовувати визначений інтеграл для розв'язання прикладних задач геометричного і фізичного змісту (знаходження площі плоскої фігури, об'єму тіла обертання, об'єму тіла за відомими перерізами, довжини кривої, маси неоднорідного стрижня, координат центру мас, роботи змінної сили тощо);
- обчислювати невластні інтеграли або доводити їх розбіжність;
- досліджувати збіжність невластних інтегралів, не обчислюючи їх;
- досліджувати збіжність знакосталих та знакозмінних числових рядів;
- використовувати властивості знакозмінних рядів у наближених обчисленнях;
- досліджувати збіжність функціональних рядів;

- знаходити область збіжності заданого степеневому ряду;
- подавати задану функцію у вигляді степеневому ряду Тейлора;
- застосовувати ряди Тейлора у наближених обчисленнях;

3) *Досвід*: доведення теорем та інших математичних результатів різної складності з теорії рядів та інтегрального числення функцій дійсної змінної.

Після засвоєння освітнього компоненту «Математичний аналіз. Частина 2» студенти мають продемонструвати такі програмні компетентності та результати навчання за освітньою програмою:

Загальні компетентності

- ЗК 1 – Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- ЗК 3 – Здатність генерувати нові ідеї (креативність);
- ЗК 4 – Здатність бути критичним і самокритичним;
- ЗК 6 – Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК 8 – Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;

Фахові компетентності

ФК 1 – Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;

ФК 2 – Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;

ФК 14 – Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату;

Програмні результати навчання

РН 1 – Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;

РН 2 – Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами;

РН 3 – Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формувати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів;

РН 7 – Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач;

РН 15 – Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Засвоєння курсу «Математичний аналіз. Частина 2» базується на широкому використанні основних результатів математичних дисциплін, що викладаються у середній школі, освітнього компонента «Математичний аналіз. Частина 1», а також деяких базових понять та результатів дисциплін «Алгебра та геометрія» та «Основи класичної фізики». Для оволодіння матеріалом навчальної дисципліни студенти повинні знати властивості основних елементарних функцій, вміти розв'язувати алгебричні рівняння та нерівності, найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності, обчислювати границі числових послідовностей та функцій дійсної змінної, знаходити похідні та диференціали для функції однієї дійсної змінної, вміти будувати ескізи графіків заданих кривих.

Освітній компонент «Математичний аналіз. Частина 2» є базовим для вивчення наступного освітнього компоненту з математичного аналізу, а також для вивчення курсів «Математичний аналіз. Частина 3», «Диференціальні рівняння», «ТФКП».

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Інтегральне числення функцій однієї дійсної змінної

Тема 1.1. Первісні функції та методи їх відшукування

Тема 1.2. Визначений інтеграл Рімана

Тема 1.3. Невласні інтеграли

Розділ 2. Теорія рядів

Тема 2.1. Числові ряди

Тема 2.2. Степеневі ряди

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базові:

1. *Дубовик В.П., Юрик І.І.* Вища математика. Навч. посібник. К.: Вища школа. – 1993. – 648 с.
2. *Шкіль М.І.* Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Ч.1 – К.: Вища школа, 2005. – 477 с.
3. *Шкіль М.І.* Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Ч.2 – К.: Вища школа, 2005. – 510 с.
4. *Легеза В.П.* Математичний аналіз: підручник для студентів здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення»: у 4-х томах.–Київ: КПІ імені Ігоря Сікорського, 2020. – Т. 2. –2020.– 399 с.

Додаткові:

1. *Зайцев Є.П.* Вища математика. Інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних. Звичайні диференціальні рівняння. Ряди: Навчальний посібник. – Київ: Алерта, 2018. – 608 с.
2. *Бакун В. В.* Математичний аналіз. Частина III. Числові й функціональні ряди. Інтеграли, залежні від параметра [Електронний ресурс]: підручник у 3-х ч. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 435 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42682>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами теоретичного матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для лекційних занять використовується метод проблемного викладу та пояснювально-ілюстративний метод, а для практичних – пояснювально-ілюстративний та репродуктивний методи: викладач ставить перед студентами задачі, і вони розв'язують їх під керівництвом викладача або самостійно, підбираючи для цього необхідні джерела інформації, методи та підходи.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів.
2	Основні методи інтегрування: безпосереднє інтегрування, підстановка (заміна змінної), інтегрування частинами.
3	Основні відомості про раціональні функції. Види елементарних дробів та їх інтегрування. Теорема про розклад правильного дроби на елементарні дроби. Способи визначення невідомих коефіцієнтів розкладу. Загальне правило інтегрування раціональних дробів.
4	Інтегрування функцій, що раціонально залежать від $\sin x$ та (або) $\cos x$. Універсальна тригонометрична підстановка, інші види підстановок. Використання формул тригонометрії.
5	Дробово-лінійна підстановка для інтегрування раціональних виразів з радикалами від дробово-лінійних функцій; часткові випадки. Інтегрування раціональних виразів, що містять корінь квадратний від квадратного тричлена.
6	Інтегрування біноміального диференціала. Інтегрування раціональних виразів від показникової функції. Інтеграли, що не виражаються в елементарних функціях.
7	Розбиття відрізка з міченими точками, діаметр розбиття, інтегральна сума Рімана, інтеграл та інтегровність функції на відрізку. Обмеженість функції як необхідна умова її інтегровності на відрізку.
8	Суми Дарбу та їх властивості. Критерій (необхідна і достатня умова) інтегровності функції на відрізку.
9	Інтегровність неперервних на відрізку функцій. Інтегровність монотонних обмежених на відрізку функцій. Неістотні за Лебегом множини на числовій прямій та критерій Лебега інтегровності функції за Ріманом (без доведення). Приклади дослідження питання про інтегровність функцій за допомогою критерію Лебега. Загальні властивості інтегровних функцій.
10	Властивості визначеного інтеграла: лінійність, адитивність, збереження знаку підінтегральної функції, монотонність, оцінки інтеграла та теорема про середнє.
11	Інтеграл зі змінною верхньою межею. Теореми про неперервність та про диференційовність інтеграла як функції верхньої межі інтегрування. Диференціювання інтеграла за верхньою межею.
12	Існування первісної для неперервної функції та її зображення інтегралом Рімана. Поняття узагальненої первісної. Формула Ньютона-Лейбніца.
13	Теореми про заміну змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Приклади застосувань.
14	Загальні схеми застосування визначеного інтеграла при обчисленні геометричних та фізичних величин: метод інтегральних сум та метод диференціала. Обчислення площі плоских фігур при різних способах подання кривих, що обмежують фігуру.
15	Обчислення довжини дуги плоскої кривої при різних способах подання кривої. Обчислення об'ємів тіл за відомими площами паралельних перерізів та об'ємів тіл обертання.
16	Обчислення площі поверхні обертання. Механічні застосування визначеного інтеграла (робота змінної сили; шлях, пройдений тілом; статичні моменти та координати центру мас плоскої кривої та ін.).

17	Означення невласних інтегралів 1-го та 2-го роду. Приклади збіжних та розбіжних невласних інтегралів. Властивості невласних інтегралів. Інтегрування частинами та заміна змінної у невласному інтегралі.
18	Дослідження збіжності невласних інтегралів за допомогою ознак порівняння, Абеля, Діріхле, ознаки абсолютної збіжності. Абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів. Приклади.
19	Основні поняття та означення теорії рядів. Збіжні та розбіжні ряди, часткові суми та n -й залишок ряду. Ряд геометричної прогресії. Гармонічний ряд. Найпростіші властивості числових рядів. Необхідна умова збіжності ряду.
20	Достатні ознаки збіжності знакосталих рядів: ознаки порівняння, ознака д'Аламбера, радикальна та інтегральна ознаки Коші, ознака Раабе.
21	Ознака Лейбніца збіжності ряду, знаки членів якого строго чергуються. Наслідок про похибку при заміні суми лейбніцевого ряду його частковою сумою, застосування у наближених обчисленнях.
22	Довільні знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Основні властивості абсолютно збіжних рядів.
23	Поняття степеневого ряду та його області збіжності. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Властивості рівномірно збіжних рядів. Ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду. Приклади.
24	Поняття степеневого ряду. Теорема Абеля. Область збіжності степеневого ряду. Формули Коші-Адамара для обчислення радіусу збіжності степеневого ряду. Властивості степеневих рядів.
25	Ряд Тейлора для довільної нескінченно диференційовної функції. Ряд Маклорена як частковий випадок ряду Тейлора. Необхідна і достатня умова подання функції у вигляді ряду Тейлора. Достатня умова розкладання функції в ряд Тейлора.
26	Ряди Маклорена та їх область збіжності для основних елементарних функцій: тригонометричних та гіперболічних синуса і косинуса, показникової та логарифмічної функцій, бінома $(1+x)^m$ і його часткових випадків.
27	Застосування степеневих рядів: наближене обчислення значень функцій, наближене обчислення визначених інтегралів, знаходження сум числових рядів і первісних, що не виражаються у елементарних функціях.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Обчислення інтегралів шляхом перетворення підінтегрального виразу. Довільні підстановки.
2	Інтегрування частинами. Тригонометричні підстановки. Приведення квадратичного тричлена до канонічного вигляду.
3	Зображення раціональної функції у вигляді цілої частини та суми простих дробів.
4	Інтегрування раціональних виразів. Метод невизначених коефіцієнтів.
5	Інтегрування тригонометричних функцій.
6	Інтегрування ірраціональних функцій: дробово-лінійна підстановка, прості квадратичні ірраціональності.

7	Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Ейлера, інтеграл від диференціального бінома.
8	Модульна контрольна робота (ч. 1, 1 год.). Основні властивості визначених інтегралів. Знаходження границь за допомогою визначених інтегралів. (1 год.).
9	Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Заміна змінних. Похідна від визначеного інтеграла. Застосування теорем про середнє. Оцінка інтеграла.
10	Обчислення площі при різних способах подання кривої. Обчислення довжин дуг кривих.
11	Обчислення об'єму тіла обертання. Обчислення площі поверхні тіла обертання.
12	Абсолютна і умовна збіжність невластних інтегралів. Ознака порівняння. Ознаки Абеля та Дірихле.
13	Приклади збіжних та розбіжних рядів. Критерій Коші збіжності ряду. Сума ряду. Ознаки порівняння для рядів з невід'ємними членами.
14	Ознаки збіжності знакосталого ряду: ознака Даламбера, радикальна та інтегральна ознаки Коші, ознаки Раабе та Гаусса.
15	Абсолютна і умовна збіжність знакозмінних рядів. Ознака Ляйбниця. Ознаки Абеля та Дірихле.
16	Функціональні ряди. Степеневий ряд. Теорема Коші – Адамара.
17	Ряди Тейлора для основних елементарних функцій. Методи розвинення функції у ряд Тейлора. Обчислення інтегралів за допомогою розкладу підінтегральних функцій в ряди.
18	Модульна контрольна робота (частина 2, 1 година). Підсумкове заняття.

6. Самостійна робота студента

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.

З метою кращого засвоєння матеріалу курсу, а також формування навичок самостійної роботи студентам пропонуються домашні завдання, які необхідно виконувати до наступного практичного заняття, а також домашню контрольну роботу (одну на семестр, у двох частинах). Для виконання домашніх завдань слід скористатися рекомендованою літературою та конспектом лекцій, а також матеріалами опрацьованих практичних занять. Виконання та ревізія виконаних домашніх завдань необхідні також і для підготовки до самостійних робіт та МКР. Для підготовки до виконання ДКР слід скористатися рекомендованою літературою, конспектом лекцій та матеріалами опрацьованих практичних занять. Завдання на ДКР надає викладач практичних занять, який також встановлює граничні строки для здачі її частин.

Для перевірки засвоєння теоретичного матеріалу відповідні питання включені до модульної контрольної роботи; підготовка до МКР вимагає ретельного повторення теоретичного матеріалу лекцій у години самостійної роботи.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Матеріал занять, які були з тих чи інших причин пропущені, необхідно опанувати самостійно. У будь-якому випадку студентам рекомендується відвідувати усі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань та контрольних робіт. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

Оголошення результатів контрольних заходів

Результати виконання тематичних самостійних робіт та супроводжуються оціночними листами, в яких студенти можуть побачити свою оцінку за певними критеріями, а також позначення основних помилок та коментарі до них.

Результати модульної контрольної роботи оголошуються кожному студенту окремо у присутності або у дистанційній формі. Вони вказуються на бланках для модульної контрольної роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

№ з/п	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кількість	Всього
1.	Домашня контрольна робота	6	1	2	12
2.	Модульна контрольна робота	7	1	3	21
3.	Робота на практичних заняттях	2/3	1	18	12
4.	Перевірка домашніх завдань	5	1	1	5
5.	Екзамен	50	1	1	50
	Всього				100

Семестрова атестація (іспит) проводиться усно зі студентами, які були допущені за результатами роботи протягом семестру. Необхідними умовами допуску є:

- семестровий рейтинг $RD \geq 25$;
- виконання та захист домашньої контрольної роботи.

Рейтингова оцінка складається з результатів роботи в семестрі (RD) та результатів усного екзамену. Під час екзамену, забороняється використання будь-яких додаткових довідкових матеріалів.

Студенти, які протягом семестру отримали менше ніж 25 балів і при цьому мають повністю зараховану ДКР, можуть з метою допуску до семестрової атестації (екзамену) виконувати додаткове завдання, яке містить десять практичних та теоретичних задач та оцінюється максимум в 20 балів. Якщо результати написання додаткового завдання є позитивними, студент отримує додаткові бали та допуск до екзамену.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склала доцент кафедри ММЗІ, к.ф.-м.н. Южакова Ганна Олексіївна

Ухвалено кафедрою математичних методів захисту інформації (протокол №6 від 22.06.2022 року)

Погоджено Методичною комісією ННФТІ (протокол № 6 від 30.06.2022 року)