



Національний технічний університет України  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Навчально-науковий фізико-технічний інститут  
Кафедра математичних методів захисту  
інформації

# МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. ЧАСТИНА 1 (ЗО 7.1)

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Обов'язкова (нормативна) (цикл загальної підготовки)</i>
Форма навчання	<i>Очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: 165 годин / 5,5 кредитів ЄКТС Лекційних занять: 54 години Практичних занять: 36 годин Самостійна робота студентів: 75 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен поточний контроль, ДКР, МКР</i>
Розклад занять	<i><a href="http://rozklad.kpi.ua">http://rozklad.kpi.ua</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н. Южакова Ганна Олексіївна (<a href="mailto:gayuzh-ipt@iit.kpi.ua">gayuzh-ipt@iit.kpi.ua</a>) Практичні: Наконечна Юлія Володимирівна</i>
Розміщення курсу	<i><a href="https://do.ipi.kpi.ua/course/view.php?id=2426">https://do.ipi.kpi.ua/course/view.php?id=2426</a></i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» є дисципліною природничо-наукової підготовки і тією необхідною частиною математичних знань, яку має опанувати кожен спеціаліст в галузі прикладної математики. Ця дисципліна грає найважливішу роль у формуванні у майбутніх фахівців важливих компетенцій, що пов'язані із застосуванням досягнень сучасної математики в різних сферах людської діяльності.

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» складається з трьох освітніх компонентів: «Математичний аналіз. Частина 1» (вивчається у першому семестрі), «Математичний аналіз. Частина 2» (вивчається у другому семестрі), Математичний аналіз. Частина 3» (вивчається у третьому семестрі).

Освітній компонент «Математичний аналіз. Частина 1» присвячений вивченню теорії границь та диференціального числення для функцій однієї дійсної змінної.

Завдання освітнього компоненту — навчити студентів використовувати методи і прийоми диференціального числення для дослідження властивостей та поведінки функцій, розв'язання різноманітних прикладних задач геометричного та фізичного характеру.

Після засвоєння освітнього компоненту студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

*1) Знання:*

- визначення та властивостей границі числової послідовності
- визначення та властивостей границі функції однієї дійсної змінної;
- основних прийомів розкриття невизначеностей при знаходженні границь послідовностей та функцій;
- визначення та властивостей неперервних функцій;
- класифікації точок розриву неперервності функцій, способів дослідження функцій на неперервність;
- понять диференційованих функцій, похідної та диференціала;
- основних правил диференціювання;
- основних теорем диференціального числення (Ролля, Лагранжа, Коші, Ферма, правило Лопітала, формула Тейлора), що використовуються при дослідженні функцій.

*2) Уміння:*

- знаходити границі числових послідовностей та функцій дійсної змінної;
- досліджувати задану функцію на неперервність та класифікувати її точки розриву, якщо вони є;
- знаходити похідні та диференціали вказаного порядку для функції однієї дійсної змінної, заданої явно, параметрично чи неявно;
- застосовувати поняття диференціалу функції у наближених обчисленнях;
- використовувати методи диференціального числення (правило Лопітала, формула Тейлора) для розкриття невизначеностей при відшукуванні границь функцій;
- використовувати методи диференціального числення (теорема Ферма та ін.) для дослідження поведінки функцій (монотонність, опуклість графіка, локальні та глобальні екстремуми) та побудови графіків, а також доведення деяких нерівностей.

*3) Досвід:* доведення теорем та інших математичних результатів різної складності з теорії границь та диференціального числення функцій дійсної змінної.

Після засвоєння освітнього компоненту «Математичний аналіз. Частина 1» студенти мають продемонструвати такі програмні компетентності та результати навчання за освітньою програмою:

***Загальні компетентності***

- ЗК 1 – Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- ЗК 3 – Здатність генерувати нові ідеї (креативність);
- ЗК 4 – Здатність бути критичним і самокритичним;
- ЗК 6 – Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК 8 – Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;

***Фахові компетентності***

ФК 1 – Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;

ФК 2 – Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;

ФК 14 – Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату;

***Програмні результати навчання***

РН 1 – Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;

PH 2 – Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами;

PH 7 – Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач;

PH 15 – Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Засвоєння матеріалу курсу «Математичний аналіз. Частина 1» базується на широкому використанні основних результатів математичних дисциплін, що викладаються у середній школі, а також деяких базових понять дисциплін «Алгебра та геометрія» та «Дискретний аналіз». Для оволодіння матеріалом навчальної дисципліни студенти повинні вміти розв'язувати алгебричні рівняння та нерівності, найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності, знати властивості основних елементарних функцій.

Освітній компонент «Математичний аналіз. Частина 1» є базовим для вивчення наступних освітніх компонентів з математичного аналізу, а також для вивчення курсів «Математичний аналіз. Частина 2», «Математичний аналіз. Частина 3», «Диференціальні рівняння».

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Вступ до математичного аналізу**

Тема 1.1. Множини, відношення, функції

Тема 1.2. Множина дійсних чисел

### **Розділ 2. Теорія границь**

Тема 2.1. Границя числової послідовності

Тема 2.2. Границя функції

Тема 2.3. Неперервні функції

### **Розділ 3. Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної**

Тема 3.1. Диференціювання функцій

Тема 3.2. Застосування диференціального числення до дослідження функцій

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

*Базові:*

1. *Чертов О.Р.* Математичний аналіз (для програмістів). Частина 1. К.: Промені. – 2005. – 280 с.
2. *Дубовик В.П., Юрик І.І.* Вища математика. Навч. посібник. К.: Вища школа. – 1993. – 648 с.
3. *Шкіль М.І.* Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Ч.1 – К.: Вища школа, 2005. – 477 с.
4. *Шкіль М.І.* Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Ч.2 – К.: Вища школа, 2005. – 510 с.
5. *Мусій Р.С., Нитребич З.М., Жидик У.В., Млинко О.І.* Вступ до математичного аналізу: диференціальне числення функції однієї змінної: навчальний посібник. – Львів: Растр-7, 2020. – 247 с.
6. *Легеза В.П.* Математичний аналіз: у 4-х томах. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – Том 1. – 2019.– 334 с.

Додаткові:

1. Математичний аналіз: Диференціальне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,99 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 162 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42337>
2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Навчально-методичний посібник [Електронний ресурс] / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Т. В. Авдєєва, О. В. Борисенко, О. Ю. Дюженкова, В. В. Листопадова. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,77 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 84 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46065>

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами теоретичного матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для лекційних занять використовується метод проблемного викладу та пояснювально-ілюстративний метод, а для практичних – пояснювально-ілюстративний та репродуктивний методи: викладач ставить перед студентами задачі, і вони розв'язують їх під керівництвом викладача або самостійно, підбираючи для цього необхідні джерела інформації, методи та підходи.

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Найпростіші логічні символи. Логічні квантори. Поняття множини. Операції над множинами.
2	Поняття бінарного відношення. Відношення порядку, функціональне відношення. Відображення (функція). Образ і прообраз множини. Класифікація відображень. Обернене відображення. Композиція відображень.
3	Числові множини. Множина дійсних чисел.
4	Мінімальний та максимальний елементи множини. Точна верхня та точна нижня межі множини.
5	Числові проміжки. Окіл точки. Деякі наслідки з аксіоми повноти множини дійсних чисел (принцип Архімеда та його наслідки, принцип Коші-Кантора, лема Гейне-Бореля, принцип Больцано-Вейєрштрасса).
6	Поняття числової послідовності, основні означення. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Деякі властивості нескінченно малих послідовностей.

7	Загальні властивості границі числової послідовності. Арифметичні властивості границі. Граничний перехід у нерівностях.
8	Монотонні послідовності та їх границі. Число $e$ . Деякі важливі границі.
9	Підпослідовності та часткові границі. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
10	Границя функції в точці. Властивості границі (загальні, арифметичні, граничний перехід у нерівностях).
11	Односторонні границі. Границя на нескінченності. Нескінченно великі та нескінченно малі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.
12	Перша та друга визначні границі. Таблиця основних границь.
13	Деякі прийоми розкриття невизначеностей при обчисленні границь.
14	Неперервність функції у точці та на проміжку. Розривні функції. Класифікація точок розриву. Одностороння неперервність.
15	Локальні властивості неперервних функцій: обмеженість в околі точки неперервності, збереження знаку функції в околі, арифметичні властивості, неперервність композиції.
16	Глобальні властивості неперервних на відрізку функцій: перша та друга теореми Вейерштрасса, Больцано-Коші про нуль неперервної функції, теорема про проміжні значення неперервної функції, теорема Шаудера про нерухому точку.
17	Монотонні функції: односторонні границі монотонних функцій, розриви монотонних функцій. Монотонні неперервні функції та їх обернені.
18	Рівномірно неперервні функції. Теорема Кантора про рівномірну неперервність.
19	Диференційовність функції. Похідна та диференціал, їх геометричний зміст. Односторонні похідні, зв'язок неперервності та диференційовності. Похідні деяких елементарних функцій.
20	Основні правила диференціювання. Похідна композиції (складеної функції). Похідна оберненої функції. Диференціювання функцій, заданих параметрично та неявно. Логарифмічне диференціювання, похідна показникові-степеневі функції. Таблиця похідних.
21	Диференціал функції, його властивості та застосування до наближених обчислень. Похідні та диференціали вищих порядків.
22	Деякі важливі теореми диференціального числення: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа про скінченні прирости та теорема Коші про дві диференційовні функції. Правила Лопітала розкриття невизначеностей.
23	Формули Тейлора та Маклорена із залишковим членом у формі Лагранжа. Локальна формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано. Формула Тейлора для многочлена. Локальні формули Маклорена для найважливіших елементарних функцій.
24	Монотонність функції. Необхідні та достатні умови монотонності. Знаходження інтервалів монотонності за допомогою першої похідної.
25	Локальні екстремуми функції. Необхідні та достатні умови екстремуму в термінах першої похідної. Достатні умови локального екстремуму в термінах похідних вищих порядків. Знаходження найменшого та найбільшого значень функції на відрізку $[a, b]$ .
26	Опуклість кривих. Точки перегину. Критерій опуклості в термінах другої похідної. Необхідні і достатні умови перегину. Асимптоти кривої.
27	Схема повного дослідження та побудови ескізу графіка функції методами диференціального числення. Приклади.

## Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Дії над множинами. Дійсні числа.
2	Поняття функції (відображення). Область визначення та область значень функції. Класифікація відображень.
3	Елементарне дослідження функції дійсної змінної (монотонність, парність/непарність, періодичність).
4	Точні межі числових множин. Означення границі збіжної числової послідовності. Розбіжні послідовності. Нескінченно великі послідовності.
5	Розкриття невизначеностей типу $\frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 1^{\infty}$ при відшуванні границь числових послідовностей.
6	Ознаки збіжності числової послідовності. Підпослідовності та часткові границі.
7	Границя функції в точці. Розкриття невизначеності виду $\frac{\infty}{\infty}$ при обчисленні границь відношення многочленів або ірраціональних виразів. Невизначеність виду $\infty - \infty$ .
8	Розкриття невизначеностей $\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$ при обчисленні границь за допомогою еквівалентних нескінченно малих функцій.
9	Розкриття невизначеностей для виразів, що містять показникові або логарифмічні функції. Невизначеність виду $1^{\infty}$ .
10	Неперервність функції в точці та на проміжку. Класифікація точок розриву.
11	Модульна контрольна робота (частина 1, 1 година). Означення похідної функції в точці. Обчислення похідної від складеної функції за правилами диференціювання і таблицею похідних.
12	Диференціювання оберненої функції, а також функції, заданої параметрично або неявно. Логарифмічне диференціювання.
13	Диференціал функції та його застосування до наближених обчислень.
14	Похідні та диференціали вищих порядків.
15	Теореми Ролля, Лагранжа, Коші. Формули Тейлора та Маклорена. Застосування до наближених обчислень та розкриття невизначеностей при обчисленні границь. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала.
16	Інтервали монотонності та локальні екстремуми функції. Знаходження найменшого та найбільшого значень функції на відрізку $[a, b]$ . Опуклість кривих. Точки перегину.
17	Асимптоти графіка функції. Схема повного дослідження та побудови ескізу графіка функції.
18	Модульна контрольна робота (частина 2, 1 година). Підсумкове заняття.

## 6. Самостійна робота студента

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.

З метою кращого засвоєння матеріалу курсу, а також формування навичок самостійної роботи студентам пропонуються домашні завдання, які необхідно виконувати до наступного

практичного заняття, а також домашню контрольну роботу (одну на семестр, у трьох частинах). Для виконання домашніх завдань слід скористатися рекомендованою літературою та конспектом лекцій, а також матеріалами опрацьованих практичних занять. Виконання та ревізія виконаних домашніх завдань необхідні також і для підготовки до самостійних робіт та МКР. Для підготовки до виконання ДКР слід скористатися рекомендованою літературою, конспектом лекцій та матеріалами опрацьованих практичних занять. Завдання на ДКР надає викладач практичних занять, який також встановлює граничні строки для здачі її частин.

Для перевірки засвоєння теоретичного матеріалу відповідні питання включені до модульної контрольної роботи; підготовка до МКР вимагає ретельного повторення теоретичного матеріалу лекцій у години самостійної роботи.

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

#### **Відвідування занять**

Матеріал занять, які були з тих чи інших причин пропущені, необхідно опанувати самостійно. У будь-якому випадку студентам рекомендується відвідувати усі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань та контрольних робіт. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

#### **Календарний рубіжний контроль**

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

#### **Оголошення результатів контрольних заходів**

Результати виконання тематичних самостійних робіт та супроводжуються оціночними листами, в яких студенти можуть побачити свою оцінку за певними критеріями, а також позначення основних помилок та коментарі до них.

Результати модульної контрольної роботи оголошуються кожному студенту окремо у присутності або у дистанційній формі. Вони вказуються на бланках для модульної контрольної роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

#### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

#### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

## Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

№ з/п	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кількість	Всього
1.	Домашня контрольна робота	4	1	3	12
2.	Модульна контрольна робота	10	1	2	20
3.	Робота на практичних заняттях	2/3	1	18	12
4.	Домашні завдання	6	1	1	6
5.	Екзамен	50	1	1	50
	Всього				100

Семестрова атестація (екзамен) проводиться усно зі студентами, які були допущені за результатами роботи протягом семестру. Необхідними умовами допуску є:

- семестровий рейтинг  $RD \geq 25$ ;
- виконання та захист домашньої контрольної роботи.

Рейтингова оцінка складається з результатів роботи в семестрі (RD) та результатів усного екзамену. Під час екзамену, забороняється використання будь-яких додаткових довідкових матеріалів.

Студенти, які протягом семестру отримали менше ніж 25 балів і при цьому мають повністю зараховану ДКР, можуть з метою допуску до семестрової атестації (екзамену) виконувати додаткове завдання, яке містить десять практичних та теоретичних задач та оцінюється максимум в 20 балів. Якщо результати написання додаткового завдання є позитивними, студент отримує додаткові бали та допуск до екзамену.

### Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склала доцент кафедри ММЗІ, к.ф.-м.н. Южакова Ганна Олексіївна

Ухвалено кафедрою математичних методів захисту інформації (протокол №6 від 22.06.2022 року)

Погоджено Методичною комісією ННФТІ (протокол № 6 від 30.06.2022 року)