



СУЧАСНІ МЕТОДИ АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика і статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Математичні методи криптографічного захисту інформації
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	очна (денна)
Рік підготовки, семестр	4 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	Загальна кількість: (4 кр.) 120 год. Лекційних занять: 36 год. Практичних занять: 18 год. Самостійна робота студентів: 66 год.
Семестровий контроль / контрольні заходи	залік, поточний контроль, модульна контрольна робота
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Наказной Павло Олександрович (p.nakaznoy@kpi.ua). Практика: Наказной Павло Олександрович (@nakaznoy).
Розміщення курсу	

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Курс присвячено вивченню основних понять та методів сучасної диференціальної геометрії, топології, теорії груп та прикладам їх застосування в задачах математичного аналізу та моделювання, фундаментальної фізики.

Мета курсу «Сучасні методи алгебри та геометрії» полягає в тому, щоб довести до студента основні принципи сучасної геометрії, показати що водночас із розвитком геометрії за рахунок використання апарату аналізу, використання та розвиток суто геометричних категорій та методів збагачує та підсилює алгебраїчний та аналітичний арсенали. Окрім ознайомлення із методами та проблемами сучасної математики в курсі розглядаються алгебраїчні та геометричні підходи для вивчення різноманітних задач: від опису еволюції Всесвіту та пошуку фундаментальних законів природи до використання методів топології в задачах комп'ютерного зору.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

Загальні компетентності СВО

- ЗК 5: Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.
- ЗК 6: Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК 8: Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

Фахові компетентності СВО

- ФК 1: Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.
- ФК 2: Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
- ФК 3: Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.
- ФК 14: Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.
- ФК 18: Здатність оцінювати коректність застосування математичних моделей та методів до проблемних ситуацій.

Програмні результати навчання

- РН 1: Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці
- РН 2: Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.
- РН 3: Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів
- РН 21: Уміти застосовувати на практиці методи й алгоритми аналізу даних, розпізнавання образів та комп'ютерного зору, здійснювати моделювання динамічних систем.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для вивчення матеріалу курсу «Сучасні методи алгебри та геометрії» необхідне успішне засвоєння курсу:

1. Математичний аналіз (307);
2. Теорія функцій комплексної змінної (309);
3. Алгебра та геометрія (3011);
4. Основи класичної фізики (3017).

Отримані практичні навички та засвоєні теоретичні знання під час вивчення навчальної дисципліни «Сучасні методи алгебри та геометрії» можна використовувати в подальшому для вивчення та роботи в різних розділах математики: топології, диференціальної геометрії тощо, а також теоретичної фізики.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Простори та відображення

Вступ.

Тема 1.1 Топологія та відображення

Тема 1.2 Многовиди та вектори

Тема 1.3 Один-форми

Тема 1.4 Тензори

Тема 1.5 Многовиди та групи Лі

Розділ 2. Похідні Лі та групи Лі

Тема 2.1 Похідні Лі

Тема 2.2 Вектори Кіллінга та симетрії

Тема 2.3 Алгебри Лі та групи Лі

Тема 2.4 Теорія представлень

Розділ 3. Диференціальні форми

Тема 3.1 Диференціальні форми

Тема 3.2 Зовнішнє диференціювання

Тема 3.3 Теореми Стокса та Фробеніуса

Тема 3.4 Закони класичної механіки та теорії поля

Тема 3.5 Космологія

Розділ 4. Ріманові многовиди та калібрувальні теорії

Тема 4.1 Зв'язність

Тема 4.2 Ріманова метрика

Тема 4.3 Калібрувальна симетрія

Тема 4.4 Спонтанне порушення симетрії

4. Навчальні матеріали та ресурси

Нижче наводиться перелік навчальних матеріалів та ресурсів для засвоєння матеріалу, розглянутого на лекційних заняттях та для додаткового вивчення. Його поділено на базові, які слід вивчати у першу чергу та додаткові, до яких можна звертатись факультативно.

Базові підручники та посібники

1. А. В. Свідзинський. Математичні методи теоретичної фізики. Том 1: Підручник. – Вид. 4-те, доповн. і переробл. У 2-х томах. К.: Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, 2009. 394 с.
2. А. В. Свідзинський. Математичні методи теоретичної фізики. Том 2: Підручник. – Вид. 4-те, доповн. і переробл. У 2-х томах. К.: Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, 2009. 436 с.
3. П. І. Голод та А. У. Клімик. Математичні основи теорії симетрій. К.: Наукова думка, 1992. 368 с.
4. B. F. Schutz. Geometrical methods of mathematical physics. Cambridge University Press, 1980. 266 pp.

Додаткові підручники та посібники

5. L. Sadun. [Lecture Notes on Differential Forms](#). 2016. doi: [10.48550/ARXIV.1604.07862](#).
6. R. Penrose. *The road to reality*. Vintage, 2007. 1123 pp.
7. R. Bijkер. [Symmetries in physics](#). 2005. doi: [10.48550/ARXIV.NUCL-TH/0509007](#).
8. E. Witten. "Symmetry and emergence". В: *Nature Physics* 14.2 (лют. 2018), с. 116—119. doi: [10.1038/nphys4348](#).
9. M. J. D. Hamilton. [The Higgs boson for mathematicians. Lecture notes on gauge theory and symmetry breaking](#). 2015. doi: [10.48550/ARXIV.1512.02632](#).

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для лекційних занять використовуються пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного викладу.

Для дистанційної форми навчання записи пар зберігаються на Youtube, контрольні завдання виконуються у Google Classroom. Заняття проводяться за допомогою платформи Microsoft Teams, інформаційні повідомлення та обговорення поза парами здійснюються в каналі Telegram та приєднаному чаті.

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
Розділ I. Простори та відображення	
1.	Тема 1.1 Топологія та відображення. Вступ. Простір R^n та його топологія. Відображення. Теорія груп. Лінійна алгебра
2.	Тема 1.2 Многовиди та вектори. Многовиди. Криві та функції на многовидах. Вектори та базис. Розшарування
3.	Тема 1.3 Один-форми. Дужки Лі та безкоординатні базиси. Один-форми. Базис один-форм
4.	Тема 1.4 Тензори. Тензори та операції над ними. Заміна базису
5.	Тема 1.5 Многовиди та групи Лі. Метричні поля. Спеціальна теорія відносності
Розділ II Похідні Лі та групи Лі	
6.	Тема 2.1 Похідні Лі. Перенос Лі. Похідні Лі. Теорема Фробеніуса
7.	Тема 2.2 Вектори Кіллінга та симетрії. Вектори Кіллінга. Інтеграли руху. Аксиальна симетрія
8.	Тема 2.3 Алгебри Лі та групи Лі. Абстрактні групи Лі. Алгебри Лі та групи Лі, що їм відповідають
9.	Тема 2.4 Теорія представлень. Реалізації та представлення. Групи $SO(3)$, $SU(2)$ та група Лоренца
Розділ III Диференціальні форми	

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
10.	Тема 3.1 Диференціальні форми. Об'єм та диференціальні форми. Операції з диференціальними формами. Полівектори
11.	Тема 3.2 Зовнішнє диференціювання. Зовнішні похідні. Точні форми. Похідні Лі від форм. Теорема Стокса
12.	Тема 3.2 Теореми Стокса та Фробеніуса. Застосування теореми Стокса до векторного аналізу. Теорема Фробеніуса. Закони збереження та диференціальні рівняння
13.	Тема 3.3 Закони класичної механіки та теорії поля. Гамільтонові поля. Канонічні перетворення. Дужки Пуасона. Рівняння Максвелла. Заряд та топологія
14.	Тема 3.4 Космологія. Космологічний принцип. Симетричні простори. Вектори Кіллінга. Топологія Всесвіту
Розділ IV Ріманові многовиди та калібрувальні теорії	
15.	Тема 4.1 Зв'язність. Паралельний перенос. Зв'язність. Коваріантна похідна
16.	Тема 4.2 Ріманова метрика Тензор Рімана. Плоскі простори. Зв'язність, що узгоджена з метрикою. Метрична та афінна зв'язність
17.	Тема 4.2 Калібрувальна симетрія. Алгебра диференціальних форм. Зв'язність та калібрувальні теорії. Електромагнітне поле. Геометрія калібрувальних полів
18.	Тема 4.3 Спонтанне порушення симетрії. Вакуум. Теорема Голдстоуна. Спонтанне порушення калібрувальних симетрій. Теорії надпровідності та Вайнберга-Салама

Практичні заняття

№	Назва теми заняття та перелік розглянутих питань
1.	Приклади многовидів
2.	Приклади розшарувань. Векторні поля. Інтегральні криві. Експонента від оператора
3.	Приклади один-форм. Дельта-функція, градієнт
4.	Приклади тензорів та операції над ними. Функції та скаляри
5.	Генератори обертань. Інваріантність
6.	Приклади груп Лі
7.	Представлення групи обертань. Сферичні гармоніки
8.	Операції з диференціальними формами. Приклади на зовнішнє диференціювання
9.	Топологія в задачах розпізнавання образів

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових зусиль. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його та формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань:

- обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях;
- робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій;
- виконання підготовчої роботи до практичних занять, до написання МКР (модульної контрольної роботи) та колоквіуму;

- підготовка до складання семестрового контролю.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для успішного складання семестрового контролю.

Календарний рубіжний контроль

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно «Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», «Положення про організацію навчального процесу»).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Видами контролю успішності засвоєння матеріалу дисципліни «Сучасні методи алгебри та геометрії» є модульна контрольна робота (МКР), колоквиум, робота на практичних заняттях та семестровий контроль (залік).

Модульна контрольна робота

Робочим навчальним планом передбачено виконання студентами модульної контрольної роботи (МКР). Основною метою МКР є перевірка поточного рівня засвоєності теоретичних знань та

навичок їх самостійного застосування до розв'язання практичних задач. Варіанти завдань МКР містять базові теоретичні питання та типові практичні задачі з відповідного розділу програми. МКР складається з двох частин:

1. Тензори
2. Групи Лі.

Максимальна кількість балів за кожну контрольну роботу дорівнює 30 балів, за дві 60. Максимальна кількість балів за кожне завдання вказана в умові. Оцінка за завдання може варіюватись у залежності від кількості зроблених помилок у розв'язку та специфіки конкретного завдання. Списані відповіді, які студент не може пояснити, не зараховуються.

Колоквіум

Колоквіум відбувається у формі письмової роботи або за матеріалами лекцій. У разі необхідності уточнення оцінки викладач може задати усно додаткові запитання. Максимальна оцінка за колоквіум – 30 балів.

Активність на практичних заняттях

Ваговий бал для роботи біля дошки – 2. Максимальна кількість – 10 балів. Робота оцінюється згідно критеріїв:

- Отримання повної правильної відповіді без підказок (+) – 2 бала
- Отримання повної правильної відповіді з підказками (+.) – 1.5 бали
- В цілому правильний хід розв'язку, що супроводжувався суттєвими помилками (\pm) – 1 бал
- В цілому неправильний хід розв'язку що містив правильні ідеї (\mp) – 0.5 бала
- Розв'язку нема, або він повністю неправильний (–) – 0 балів.

Конструктивна ідея або відповідь із місця оцінюється в 1 бал. З огляду на обмежену кількість виходів до дошки студенти зацікавлені у активній участі в роботі на практичних заняттях.

Бонусні бали

За особливу гарну роботу на практиці або на лекції студент може додатково до базових балів отримати 5 бонусних балів.

Семестровий контроль (залік)

Підсумковий рейтинг **RD** є сумою базових (див. таб. 3) та бонусних (не більше ніж 5) рейтингових балів отриманих у семестрі. Сума максимально можливих базових балів дорівнює 100 балам:

№	Контрольний захід	Бал	Кількість	Всього
1	Модульні контрольні роботи	30	2	60
2	Колоквіум	30	1	30
3	Практичні заняття	10		10
	Всього			100

Таблиця 3. Розподіл базових семестрових балів за видами контролю

Підсумковому значенню **RD** ставиться у відповідність традиційна оцінка (див. таб.4):

Кількість балів	Оцінка
95 – 100	Відмінно
85 – 94	Дуже добре
75 – 84	Добре
65 – 74	Задовільно
60 – 64	Достатньо
0 – 59	Незадовільно

Таблиця 4. Відповідність між **RD** та традиційною оцінкою

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: _____ старший викладач Наказной Павло Олександрович
(посада, науковий ступінь, вчене звання, ПІБ)

Ухвалено: кафедрою _____ математичного моделювання та аналізу даних
(повна назва кафедри)

(протокол № 14 від 22. 06. 2022 р.)

Погоджено: методичною комісією _____ навчально-наукового фізико-технічного інституту
(назва факультету/інституту)

(протокол № 6 від 30. 06. 2022 р.)