



МЕТОДИ ПРИКЛАДНОЇ СТАТИСТИКИ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Математичні методи криптографічного захисту інформації
Статус дисципліни	Вибіркова/Цикл професійної підготовки
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	4 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	Загальна кількість: 4 кредити / 120 годин Лекційних занять: 36 годин Практичних занять: 18 годин Самостійна робота студентів: 66 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік, МКР
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., професор, чл.-кор. НАНУ Кузнєцов Микола Юрійович (kuznetsov2016@icloud.com) Практичні: канд. фіз.-мат. наук, старший викладач Кузнєцов Ігор Миколайович (sea_hawk@icloud.com)
Розміщення курсу	https://us04web.zoom.us/j/7620255592?pwd=RFRveFlrbWR0TWlzMmRleHhOTjV5QT09

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Методи прикладної статистики» є тією частиною математичних знань, яка пов'язана із застосуванням методів теорії ймовірностей до статистичного аналізу великої кількості спостережень, які мають назву «вибірка». Як зазначав академік НАН України Б.В.Гнеденко «Математична статистика – це наука про методи кількісного аналізу масових явищ, що враховує одночасно і якісну своєрідність цих явищ». *Метою* вивчення дисципліни «Методи прикладної статистики» є засвоєння студентами основних принципів і методів статистичного аналізу великої кількості спостережень. *Предметом* вивчення є такі поняття як точкова оцінка, математичне сподівання та дисперсія оцінки, довірчий інтервал, критична область, методи побудови статистичних критеріїв.

Методи математичної статистики широко використовуються при розробці математичних методів захисту інформації, в економіці, а також у математичній теорії надійності та теорії масового обслуговування. Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання перш за все з

теорії ймовірностей та математичного аналізу, теорії міри та комбінаторики, алгебри та дискретної математики.

У дисципліні «Методи прикладної статистики» основна увага зосереджена на прикладних аспектах застосування методів аналізу та обробки статистичних даних. Для закріплення та поглибленого розуміння означень, теоретичних положень та методів аналізу і обробки статистичних даних студентам пропонується під час самостійної роботи розробити алгоритми та реалізувати їх на комп'ютері, які дозволяють: а) будувати точкові оцінки; б) будувати довірчі інтервали як у випадку нормально розподіленої генеральної сукупності, так і у випадку довільного розподілу; в) будувати критичні області для перевірки статистичних гіпотез. Саме результати цієї самостійної роботи є тим базисом, який дозволить студентам оволодіти сучасними методами математичної статистики. Окрім того, за курсом відповідно до навчального плану передбачено проведення поточного контролю у вигляді виконання модульної контрольної роботи (МКР).

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

знання: впевнено володіти основними поняттями теорії ймовірностей та математичної статистики; математично коректно формулювати постановки задач, пов'язаних із обробкою стохастичних даних;

уміння: будувати моделі об'єктів, які за своєю суттю мають стохастичну природу, визначати, який саме метод доцільно використовувати для розв'язання тієї чи іншої задачі, використовувати статистичні методи для побудови точкових і інтервальних оцінок невідомих параметрів, а також для перевірки статистичних гіпотез, демонструвати вміння аналізувати та пояснювати отримані результати;

досвід: навички практичного використання засвоєних знань, статистичних методів якісного та кількісного аналізу випадкових явищ у подальшому навчанні та професійній діяльності.

Згідно з вимогами освітньої програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни «Методи прикладної статистики» мають продемонструвати такі результати навчання:

Загальні компетентності СВО

ЗК6: Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

Фахові компетентності СВО

ФК2: Математично коректно формулювати постановки задач, пов'язаних із обробкою статистичних даних.

ФК3: Здатність брати участь у виготовленні експериментальних зразків, інших об'єктів дослідження.

ФК5: Здатність до постійного розвитку компетентностей у сфері прикладних аспектів математичних методів захисту інформації.

ФК 7: Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

ФК10: Визначати, який саме метод доцільно використовувати для розв'язання тієї чи іншої задачі.

Програмні результати навчання

ПРН2: Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей об'єктів, які а своєю суттю мають стохастичну природу.

ПРН3: Застосовувати ефективні методи дослідження, при розв'язанні практичних проблем, які виникають при застосуванні математичних методів захисту інформації.

ПРН15: Знання основ методології наукових досліджень в сфері математичних методів захисту інформації, технології оформлення, презентації та захисту результатів наукових досліджень.

ПРН16: Знання методів аналізу випадкових процесів, в основі яких лежать поняття теорії ймовірності та математичної статистики, використання прикладних програм і методів обчислень для розуміння сучасних тенденцій розвитку прикладних аспектів методів захисту інформаційних технологій.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для засвоєння матеріалу курсу «Методи прикладної статистики» студентам необхідні знання в рамках шкільного курсу алгебри та геометрії, а також знання в рамках курсів: “Теорія ймовірності”, “Математичний аналіз”, “Алгебра та геометрія”.

Отримані практичні навички та засвоєнні теоретичні знання під час вивчення навчальної дисципліни «Методи прикладної статистики» можна використовувати в подальшому в таких навчальних дисциплінах: “Математичні методи захисту інформації”, “Випадкові процеси”.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Точкові оцінки та методи їх отримання.

Тема 1.1. Емпірична функція розподілу. Теорема Глівенко, Колмогорова та Смирнова.

Тема 1.2. Гістограма та полігон частот. Класифікація оцінок.

Тема 1.3. Метод найбільшої правдоподібності.

Тема 1.4. Метод моментів та метод мінімуму χ^2 .

Розділ 2. Довірчі інтервали.

Тема 2.1. Довірчі інтервали у випадку нормально розподіленої генеральної сукупності.

Тема 2.2. Асимптотичні довірчі інтервали.

Розділ 3. Методи перевірки статистичних гіпотез.

Тема 3.1. Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу: критерій Колмогорова та χ^2 -критерій.

Тема 3.2. Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу: критерій згоди χ^2 для складної гіпотези.

Тема 3.3. Гіпотеза про вигляд розподілу: критерій пустих ящиків.

Тема 3.4. Гіпотеза однорідності: критерій Смирнова та критерій пустих блоків.

Тема 3.5. Гіпотеза однорідності: χ^2 -критерій.

Тема 3.6. Гіпотеза незалежності: критерій незалежності χ^2 та критерій Спірмена.

- Тема 3.7. Гіпотеза незалежності: критерій Кендалла. Гіпотеза випадковості: критерій, що базується на кількості інверсій.
- Тема 3.8. Проблема генераторів випадкових чисел та узагальнений критерій χ^2 .
- Тема 3.9. Параметричні гіпотези. Вибір з двох простих гіпотез: критерій Неймана-Пірсона.
- Тема 3.10. Застосування критерію Неймана-Пірсона.
- Тема 3.11. Критерій Неймана-Пірсона для дискретних розподілів.
- Тема 3.12. Рівномірно найбільш потужні критерії для випадку складних альтернатив. Модель з монотонним відношенням правдоподібності.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Для опанування дисципліни «Методи прикладної статистики» рекомендується наступна

– *Базова література*

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. – К.: Київський університет, 2010. – 463 с. <https://www.twirpx.com/file/1261626/>
2. Кузнецов М.Ю., Шумська А.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник завдань до практичних занять. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського, прот. № 7 від 13.05.2021. – 28 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/45208>
3. Кузнецов М.Ю., Шумська А.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. Методичні вказівки до розв'язання задач. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського, прот. № 7 від 13.05.2021. – 64 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/45209>

– *Додаткова література*

1. Голомозий В.В., Мішура Ю.С., Ральченко К.В., Карташов М.В., Кукуш О.Г., Кушніренко С.В., Шевченко Г.М. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики, 2024. – 380 с. <https://probability.knu.ua/userfiles/myus/problem-book.pdf>
2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика: Посібник. – К.: Київський університет, 2008.– 494 с. https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/VPS_S.pdf

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
Розділ 1. Точкові оцінки та методи їх отримання	
Тема 1.1. Емпірична функція розподілу. Теореми Глівенко, Колмогорова та Смирнова	
1.	Деякі задачі математичної статистики. Варіаційний ряд. Емпірична функція розподілу. Теорема Глівенко. Теорема Колмогорова. Теорема Смирнова
Тема 1.2. Гістограма та полігон частот. Класифікація оцінок	
2.	Гістограма та полігон частот (дискретний та неперервний випадки). Вибіркові моменти Класифікація оцінок
Тема 1.3. Метод найбільшої правдоподібності	

3.	Метод найбільшої правдоподібності. Властивості. Приклади
Тема 1.4. Метод моментів та метод мінімуму χ^2	
4.	Метод моментів та метод мінімуму χ^2 . Приклади
Розділ 2. Довірчі інтервали	
Тема 2.1. Довірчі інтервали у випадку нормально розподіленої генеральної сукупності	
5.	Довірчі інтервали для математичного сподівання та дисперсії у випадку нормально розподіленої генеральної сукупності
Тема 2.2. Асимптотичні довірчі інтервали	
6.	Асимптотичні довірчі інтервали. Довірчі інтервали для параметрів біноміального, пуассонівського та показникового розподілів
Розділ 3. Методи перевірки статистичних гіпотез	
Тема 3.1. Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу: критерій Колмогорова та χ^2 -критерій	
7.	Перевірка статистичних гіпотез. Приклади постановок задач. Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу: критерій Колмогорова та χ^2 -критерій. Приклад
Тема 3.2. Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу: критерій згоди χ^2 для складної гіпотези	
8.	Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу: критерій згоди χ^2 для складної гіпотези. Приклад використання χ^2 -критерію для біноміальної та пуассонівської моделей
Тема 3.3. Гіпотеза про вигляд розподілу: критерій пустих ящиків	
9.	Гіпотеза про вигляд розподілу: критерій пустих ящиків
Тема 3.4. Гіпотеза однорідності: критерій Смирнова та критерій пустих блоків	
10.	Гіпотеза однорідності: критерій Смирнова та критерій пустих блоків
Тема 3.5. Гіпотеза однорідності: χ^2 -критерій	
11.	Гіпотеза однорідності: χ^2 -критерій
Тема 3.6. Гіпотеза незалежності: критерій незалежності χ^2 та критерій Спірмена	
12.	Гіпотеза незалежності: критерій незалежності χ^2 та критерій Спірмена
Тема 3.7. Гіпотеза незалежності: критерій Кендалла. Гіпотеза випадковості: критерій, що базується на кількості інверсій	
13.	Гіпотеза незалежності: критерій Кендалла. Гіпотеза випадковості: критерій, що базується на кількості інверсій
Тема 3.8. Проблема генераторів випадкових чисел та узагальнений критерій χ^2	
14.	Проблема генераторів випадкових чисел та узагальнений критерій χ^2
Тема 3.9. Параметричні гіпотези. Вибір з двох простих гіпотез: критерій Неймана-Пірсона	
15.	Поняття параметричної гіпотези. Загальний принцип вибору критичної області. Рівномірно найбільш потужні критерії. Незміщені критерії. Вибір з двох простих гіпотез: критерій Неймана-Пірсона
Тема 3.10. Застосування критерію Неймана-Пірсона	
16.	Застосування критерію Неймана-Пірсона для перевірки гіпотез у випадку нормальної моделі: гіпотеза відносно математичного сподівання та гіпотеза відносно дисперсії. Задача

	про знаходження потрібної кількості спостережень
Тема 3.11. Критерій Неймана-Пірсона для дискретних розподілів	
17.	Критерій Неймана-Пірсона для дискретних розподілів
Тема 3.12. Рівномірно найбільш потужні критерії для випадку складних альтернатив. Модель з монотонним відношенням правдоподібності	
18.	Рівномірно найбільш потужні критерії для випадку складних альтернатив. Модель з монотонним відношенням правдоподібності. Рівномірно найбільш потужний критерій для односторонньої альтернативи (нормальна та експоненціальна моделі)

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1.	Деякі задачі математичної статистики. Вибіркові моменти. Класифікація оцінок.
2.	Метод найбільшої правдоподібності. Метод моментів та метод мінімуму χ^2 .
3.	Побудова довірчих інтервалів для математичного сподівання та дисперсії. Побудова асимптотичні довірчих інтервалів.
4.	Підготовка до виконання лабораторної роботи №1 “Побудова оцінок та довірчих інтервалів”, формулювання завдань №1 та №2.
5.	Перевірка та захист лабораторної роботи №1.
6.	Підготовка до виконання лабораторної роботи №2 “Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу та гіпотези однорідності”, формулювання завдань №1, №2 та №3.
7.	Перевірка та захист лабораторної роботи №2.
8.	Підготовка до виконання лабораторної роботи №3 “Перевірка статистичних гіпотез: однорідності, незалежності та випадковості”, формулювання завдань №1, №2 та №3.
9.	Перевірка та захист лабораторної роботи №3.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових якостей. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його. Метою самостійної роботи є формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок. Саме результати самостійної роботи є тим базисом, який дозволить студентам оволодіти сучасними методами математичної статистики.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань:

- обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях;
- робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій;
- розробити алгоритми та реалізувати їх на комп'ютері, які дозволяють: а) будувати точкові оцінки; б) будувати довірчі інтервали як у випадку нормально розподіленої генеральної сукупності, так і у випадку довільного розподілу; в) будувати критичні області для перевірки статистичних гіпотез;
- виконання підготовчої роботи до написання МКР;
- підготовка до складання семестрового контролю (заліку).

Самостійна робота студента становить 66 год.

№ з/п	Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
1.	Підготовка до лекцій	18
2.	Підготовка до практичних занять	36
3.	Підготовка до МКР	6
4.	Підготовка до заліку	6
	Загалом	66

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування лекцій, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується (вкрай необхідно) відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для успішного отримання балів. При цьому встановлюється безпосередній контакт з викладачем, який відповідає на всі питання та пояснить незрозумілий матеріал.

Пропущені контрольні заходи

Результат модульної контрольної роботи для студента, який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. У такому разі, студент має можливість написати модульну контрольну роботу, але максимальний бал за неї буде дорівнювати 50 % від загальної кількості балів. Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

Календарний рубіжний контроль

Проміжна атестація студентів (далі — атестація) є календарним рубіжним контролем. Метою проведення атестації є підвищення якості навчання студентів та моніторинг виконання графіка освітнього процесу студентами.

Термін атестації	Перша атестація (8-й тиждень)	Друга атестація (14-й тиждень)
Критерій: поточний контроль	> 20 балів	> 30 балів

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі

Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно «Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», «Положення про організацію навчального процесу»).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Видами контролю успішності засвоєння матеріалу дисципліни є модульна контрольна робота (МКР) та перевірка та захист виконаних студентом лабораторних робіт.

Модульна контрольна робота та захист лабораторних робіт

Модульна контрольна робота проводиться після завершення першої частини курсу «Методи прикладної статистики» протягом однієї академічної години. Вона складається з 5 запитань і передбачає письмові відповіді. Максимальний рейтинговий бал за модульну контрольну роботу 10 (по 2 бали за кожне питання).

Максимальна кількість за кожну лабораторну роботу – 30 балів. Роботи оцінюються за чіткими критеріями з позначенням коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо. Критерії оцінювання:

- максимальна кількість балів за кожне питання – повна правильна відповідь, 95% інформації, у потрібних місцях наведено малюнки, позначення, є письмовий коментар щодо базових понять та методів, які використовуються під час розв'язку задачі,
 - 75% балів — розв'язок правильний, але не всі умови попереднього пункту виконано,
 - 60% балів — наведено правильні базові формули, але сам розв'язок неправильний.
 - 0% балів — відповіді є списаними, студент не в змозі їх пояснити, відповідь не зараховується.

Умови отримання заліку

В таблиці наведено умови допуску до семестрового контролю.

№	Обов'язкова умова отримання заліку	Критерій
1	Виконані та захищені лабораторні роботи	Виконано
2	МКР	Виконана

Семестровий контроль (залік)

Студент після успішного виконання МКР, трьох лабораторних робіт та їх захисту може отримати максимальну кількість 100 балів. Якщо ж студент протягом семестру демонстрував активну самостійну роботу над теоретичним матеріалом, пошук та використання інформаційних ресурсів та матеріалів, що доповнюють поточний курс, а також вчасно та успішно виконував та захищав лабораторні роботи, то він може отримати заохочувальні бали (максимальна кількість 6 балів).

Остаточна оцінка **RD** є сумою рейтингових балів отриманих за поточний контроль.

№	Контрольний захід	Бал	Кількість	Всього
1	Модульна контрольна робота	10	1	10
2	Розробка алгоритмів та програм під час самостійної роботи, захист виконаної роботи	30	3	90
	Всього			100

Якщо ж студент після виконання МКР, трьох лабораторних робіт та їх захисту отримав менше 60 балів або, отримавши більше 60 балів, він хоче покращити свою оцінку, то йому пропонується здати залік.

Залік приймається у 2 етапи і складається із двох частин. Перша частина є письмовою тривалістю 2 астрономічні години. Друга частина є усною у формі співбесіди, де викладач перевіряє розуміння вивченого матеріалу та вміння застосувати його на практиці.

Письмова частина передбачає відповіді на п'ять запитань. Максимальний рейтинговий бал за кожне питання – 15 балів. Максимальний рейтинговий бал за усну частину 25.

Загальна оцінка за залік складається із суми балів за письмову та усну відповіді. . та тартового рейтингу, отриманого протягом семестру, та рейтингових балів набраних під час заліку.

Рейтингові бали (максимум 15 за кожне з п'яти питань) за письмову частину заліку нараховуються згідно наступних критеріїв:

- від 13 до 15 — повна правильна відповідь, 95% інформації, наведено малюнки, позначення, є письмовий коментар щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є вірними, повна правильна відповідь на уточнюючі запитання;
- від 10 до 12 — правильна відповідь, 75% інформації, наведено малюнки, позначення, є письмовий коментар щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є по суті правильними, але неповними, правильна відповідь на майже всі уточнюючі запитання;
- від 7 до 9 — по суті правильна, але неповна відповідь, 60% інформації, наведено малюнки та позначення, відсутні письмові коментарі щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є по суті правильними, але неповними, правильна відповідь на більшість уточнюючих запитань;
- від 4 до 6 — відповідь неповна, 45% інформації, не наведено потрібні малюнки та позначення, відсутні письмові коментарі щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є здебільшого правильними, але неповними, відповіді на уточнюючі запитання є неповними;
- від 0 до 3 — відповідь неповна, 30% інформації, не наведено потрібні малюнки та позначення, відсутні письмові коментарі щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є неточними, відповіді на уточнюючі запитання є неповними або відсутні взагалі.

Студенти, які не одержали позитивної оцінки за результатами заліку, йдуть на перескладання дисципліни. Перескладання проводиться у такій само формі, як і залікова робота. На перескладанні семестровий рейтинг та результати виконання залікової роботи анулюються, а рейтингова оцінка виставляється за результатами виконання роботи на перескладанні.

Студенти, які після першого перескладання не одержали позитивної оцінки, йдуть на повторне перескладання дисципліни спеціалізованої атестаційній комісії. Формат повторного перескладання визначається комісією.

Студенти, які протягом семестру одержали менше 10 балів, не допускаються до складання семестрової атестації та рекомендуються кафедрі на відрахування або повторне проходження дисципліни.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Значення рейтингу	Оцінка ECTS
$95 \leq \mathbf{RD} \leq 100$	відмінно
$85 \leq \mathbf{RD} \leq 94$	дуже добре
$75 \leq \mathbf{RD} \leq 84$	добре
$65 \leq \mathbf{RD} \leq 74$	задовільно
$60 \leq \mathbf{RD} \leq 64$	достатньо
$\mathbf{RD} < 60$	незадовільно
$\mathbf{RD} < 40$	не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: д.т.н., професор, чл.-кор. НАНУ Кузнецов Микола Юрійович

Ухвалено кафедрою ММЗІ НН ФТІ (протокол № 6/2024 від 19.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ФТІ (протокол № 6/2024 від 27.06.2024 р.)