



Національний технічний університет України  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**Навчально-науковий Фізико-  
Технічний Інститут**  
**Кафедра математичних методів  
захисту інформації**

## МАРКОВСЬКІ МОДЕЛІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

<b>Рівень вищої освіти</b>	<i>Перший (бакалаврський)</i>
<b>Галузь знань</b>	<i>11 Математика та статистика</i>
<b>Спеціальність</b>	<i>113 Прикладна математика</i>
<b>Освітня програма</b>	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
<b>Статус дисципліни</b>	<i>Вибіркова</i>
<b>Форма навчання</b>	<i>Очна (денна)</i>
<b>Рік підготовки, семестр</b>	<i>4 курс, осінній семестр</i>
<b>Обсяг дисципліни</b>	<i>Загальна кількість: 4 кредити ЄКТС / 120 годин Лекційних занять: 36 годин Практичних занять: 36 годин Самостійна робота студентів: 48 годин</i>
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	<i>Залік, поточний контроль, МКР</i>
<b>Розклад занять</b>	<i><a href="http://rozklad.kpi.ua">http://rozklad.kpi.ua</a> <a href="http://ipt.kpi.ua/navchalnij-protses">http://ipt.kpi.ua/navchalnij-protses</a></i>
<b>Мова викладання</b>	<i>Українська</i>
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	<i>Лектор: к.ф.-м.н.,доц. Ніщенко Ірина Іванівна, Практичні заняття: к.ф.-м.н.,доц. Ніщенко Ірина Іванівна <a href="mailto:nishchenkoi-ipt@iit.kpi.ua">nishchenkoi-ipt@iit.kpi.ua</a></i>
<b>Розміщення курсу</b>	<i>Google Classroom</i>

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Марковські моделі та їх застосування» має на меті познайомити студентів з основними ідеями і методами досліджень марковських та прихованих марковських моделей та прикладами їх застосування в задачах розпізнавання образів та мовлення, задачах декодування та аналізу текстів, у біоінформатиці при секвентуванні геному та фінансовій математиці для аналізу часових рядів.

Опанування матеріалом курсу «Марковські моделі та їх застосування» дозволяє створювати і досліджувати стохастичні моделі процесів в природничих науках, економіці та промисловості, машинному навчанні та аналізі даних.

У результаті вивчення курсу студент повинен:

- а) знати, в яких ситуаціях можна використати математичний апарат (прихованих) марковських моделей;
- б) знати та вміти застосовувати основні методи дослідження (прихованих) марковських моделей;
- в) знати та вміти застосовувати основні алгоритми для задач оцінювання, декодування та прогнозу прихованих марковських моделей;
- г) вміти будувати моделі явищ з використанням апарату (прихованих) марковських моделей.

Одержані знання та уміння посилюють компетентності, які надаються такими нормативними дисциплінами, як «Теорія ймовірностей», «Математична статистика» та вибірковою дисципліною «Випадкові процеси», а саме:

### **Загальні компетентності**

- ЗК 1 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями
- ЗК 2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- ЗК 3 Здатність генерувати нові ідеї (креативність)
- ЗК 4 Здатність бути критичним і самокритичним
- ЗК 6 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу
- ЗК 7 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел
- ЗК 8 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

### **Фахові компетентності:**

- ФК 1 Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень та теорем
- ФК 2 Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі
- ФК 3 Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень
- ФК 14 Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату
- ФК 18 Навички розв'язування специфічних математичних та комп'ютерних задач, які виникають при розробці, реалізації та аналізі криптографічних систем.

В результаті засвоєння навчальної дисципліни «Марковські моделі та їх застосування» студенти повинні демонструвати такі результати навчання:

### **Програмні результати навчання**

- РН 1 Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.
- РН 2 Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного

та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема, рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дана дисципліна базується на дисциплінах «Теорія ймовірностей», «Математична статистика» та доповнює нормативні дисципліни «Аналіз даних», «Математичне моделювання» та вибіркочну дисципліну «Випадкові процеси».

Отримані практичні навички та засвоєнні знання можуть використовуватись у будь-яких дисциплінах, тематика яких пов'язана з ймовірнісними методами моделювання.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Означення, приклади та основні задачі для прихованих марковських моделей**

Тема 1.1. Означення та основні властивості прихованої марковської моделі (ПММ).  
Приклади.

Тема 1.2. Три основні задачі для прихованої марковської моделі: оцінювання, декодування, навчання.

### **Розділ 2. Алгоритми розв'язування основних задач для ПММ**

Тема 2.1. Розв'язування задачі оцінювання. Алгоритм прямого і зворотного ходу.

Тема 2.2. Розв'язування задачі декодування. Алгоритм Вітербі.

Тема 2.3. Розв'язування задачі навчання. Алгоритм Баума-Велша.

### **Розділ 3. Означення та основні властивості ланцюгів Маркова**

Тема 3.1. Означення та приклади ланцюгів Маркова. Рівняння Колмогорова-Чепмена.  
Нерозкладні ланцюги Маркова.

Тема 3.2. Рекурентність ланцюга Маркова. Інваріантний розподіл. Поняття ергодичного ланцюга.

Тема 3.3. Граничні теореми для ергодичних ланцюгів Маркова.

Тема 3.4. Статистика ланцюгів Маркова.

### **Розділ 4. Статистичні методи оцінювання параметрів прихованої марковської моделі**

Тема 4.1. Метод максимальної правдоподібності.

Тема 4.2. EM -алгоритм (expectation-maximization).

Тема 4.3. Байесове оцінювання

### **Розділ 5. Методи Монте Карло**

Тема 5.1. MCMC алгоритм (Markov Chain Monte Carlo) . Алгоритм Метрополіса-Гастінгса.

Тема 5.2. Вибірка Гіббса. Модель Ізінга.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Базова рекомендована література**

1. Rabiner, L.R. (1989). A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. Proceedings of the IEEE 77: 257-286
2. Pardoux, E. (2008) Markov processes and applications: algorithms, networks, genome and finance // Wiley, 1st edition, 322 p.
3. Koski T. (2001) Hidden Markov Models for Bioinformatics. Kluwer Academic Publishers, 391 p.

### **Додаткова література**

1. Fink G.A. (2014). Markov models for Pattern Recognition. From Theory to Applications Springer, 276 p.
2. Bremaud P. (2017). Discrete Probability Models and Methods. Springer, 560 p.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для лекційних занять використовується пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного викладу. При проведенні практичних занять застосовується репродуктивний та дослідницький методи.

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Означення та приклади марковських та прихованих марковських моделей.
2	Задачі оцінювання, декодування та навчання для прихованої марковської моделі.
3	Задача оцінювання для ПММ: алгоритм прямого і зворотного ходу.
4	Задача декодування: фільтрація, згладжування, прогноз. Алгоритм Вітербі.
5	Підходи до розв'язування задачі навчання. Метод максимальної правдоподібності для ПММ.
6	Алгоритм Баума-Велша для навчання ПММ.
7	Ланцюги Маркова: означення, приклади та основні властивості.
8	Рекурентність ланцюга Маркова: означення та критерії. Приклади.
9	Інваріантний розподіл : означення, критерії існування. Поняття ергодичного ланцюга Маркова.
10	Граничні теореми для ергодичних ланцюгів Маркова.
11.	Статистика ланцюгів Маркова. Функція правдоподібності, формула Вітгла.
12.	Байесовий аналіз ланцюгів Маркова: апіорні та апостеріорні ймовірності.
13	EM-алгоритм. Збіжність EM-алгоритму.
14	Байесове оцінювання для ПММ
15	Основи методу Монте Карло. Алгоритм Метрополіса-Гастінгса.
16	Поняття вибірки Гіббса.
17	Модель Ізінга. Приклади застосування.
18	Залік

#### Тематика практичних занять

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1-2	Розв'язування задачі оцінювання для ПММ: алгоритм прямого і зворотного ходу
3-5	Алгоритми для розв'язування задачі декодування ПММ

6-7	Методи розв'язування задачі навчання ПММ
8-11	Ланцюги Маркова, основні властивості.
12-13	Статистика ланцюгів Маркова.
14	МКР
15-16	ЕМ алгоритм. Байєсове оцінювання.
17-18	Методи Монте Карло. Модель Ізінга.

## 6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента складає 48 годин і передбачає опрацювання матеріалу лекцій (10 год.), розв'язування задач (20 год.), підготовку до модульної контрольної роботи (2 год.) та виконання індивідуального домашнього завдання (16 год.)

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.

Обов'язковим є виконання домашніх завдань та індивідуального домашнього завдання. Виконання та ревізія виконаних домашніх завдань також необхідні для підготовки до модульної контрольної роботи.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- Студентам рекомендовано відвідувати як лекційні, так і практичні заняття.
- Виконання домашніх завдань є обов'язковим. На перевірку роботи слід подавати у вказаний термін.
- Виконання модульної контрольної роботи є обов'язковим.
- Виконання індивідуального домашнього завдання є обов'язковим.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

№	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кіл-ть	Усього
1.	Виконання домашніх завдань	10	1/5	10	20
2.	Модульна контрольна робота	40	1	1	40
3.	Індивідуальне домашнє завдання	40	1	1	40
	Усього				100

#### Календарний контроль

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем та проводиться двічі за семестр, на 8-му та 14-му навчальному тижнях кожного семестра. Для одержання кожної атестації поточний рейтинг студента повинен бути не менше половини від суми максимальних балів за усі контрольні заходи, які були проведені на момент атестації.

#### Семестровий контроль: залік

Рейтингова оцінка складається з результатів роботи в семестрі. Якщо семестровий рейтинг складає не менше 60 балів, студенту виставляється відповідна оцінка, окрім випадку,

коли студент не погоджується із нею.

Студенти, які не одержали позитивну оцінку за результатами роботи у семестрі (але при цьому набрали щонайменше 25 балів за семестр і виконали індивідуальне домашнє завдання), та студенти, які не погоджуються зі своєю оцінкою, на останньому лекційному занятті виконують залікову роботу. При цьому їхній семестровий рейтинг анулюється, а рейтингова оцінка виставляється за результатом виконання залікової роботи. Залікова робота включає в себе теоретичну частину (бліц-опитування, 20 балів, та розгорнута відповідь на одне теоретичне питання, 30 балів) та практичну частину (дві задачі, 50 балів).

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Склав:** доцент кафедри ММЗІ, к.ф.-м..н. Ніщенко Ірина Іванівна

**Ухвалено** кафедрою ММЗІ (протокол №2 від 16.02 2022 р.).

**Затверджено** Методичною комісією НН ФТІ (протокол № 6 від 30.06.2022 р.)