



Національний технічний університет України  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Навчально-науковий фізико-технічний  
інститут  
Кафедра математичних методів  
захисту інформації

# ВСТУП ДО АЛГЕБРАЇЧНОЇ ТОПОЛОГІЇ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>4 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: (4 кред) 120 год Лекційних занять: 36 год Практичних занять: 18 год Самостійна робота студентів: 66 год</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>залік, МКР, поточний контроль</i>
Розклад занять	<i><a href="http://rozklad.kpi.ua">http://rozklad.kpi.ua</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н., Хмельницький Микола Олексійович (<a href="mailto:mykhm-ipt@ill.kpi.ua">mykhm-ipt@ill.kpi.ua</a>) Практичні: к.ф.-м.н., Хмельницький Микола Олексійович (<a href="mailto:mykhm-ipt@ill.kpi.ua">mykhm-ipt@ill.kpi.ua</a>)</i>
Розміщення курсу	<i><a href="https://sites.google.com/view/khmelnit">https://sites.google.com/view/khmelnit</a></i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Навчальна дисципліна «Вступ до алгебраїчної топології» присвячена введенню в коло ідей та методів по вивченню топологічних просторів шляхом побудови для кожного з них певних алгебраїчних інваріантів, як то груп гомотопій та груп гомологій.

Основною метою дисципліни є підсилення та закріплення у студентів стійкого розуміння глибинних взаємозв'язків між різними галузями математики та впливів, які ці галузі роблять одна на іншу, на прикладі вивчення алгебраїчних методів в топології. Для досягнення мети передбачається опрацювання значної кількості розрахункових та аналітичних задач, які ілюструють та розширюють лекційний матеріал.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

1) *Знання*: математичних основ, які складають фундамент модуля: поняття топологічного простору, класифікаційна теорема для поверхонь, поняття гомотопічної еквівалентності

топологічних просторів, категоріальний підхід до дослідження топологічних просторів, поняття про гомотопічні (зокрема, фундаментальну) групи та групи гомологій.

2) *Уміння*: будувати та застосовувати топологічні інваріанти для різних топологічних просторів, доводити інваріантність алгебраїчних характеристик при гомеоморфізмах та гомотопіях, обирати придатну модель теорії гомотопій та/або теорії гомологій для розв'язання конкретних задач.

3) *Досвід*: дослідження топологічних просторів шляхом побудови топологічних інваріантів, обґрунтування вибору методу (алгоритму) розв'язання задачі класифікації; обґрунтування розв'язку задачі; вільно використовувати апарат загальної алгебри та алгебраїчної топології для розв'язання задач дослідження та розпізнавання топологічних просторів.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Для засвоєння матеріалу курсу «Вступ до алгебраїчної топології» студентом мають бути пройдені курси «Алгебра та геометрія» та «Математичний аналіз» АБО опановані знання з лінійної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу, зокрема: групи, поверхні другого порядку, відкриті та замкнуті множини, неперервні відображення.

Дана дисципліна продовжує тематику дисциплін «Прикладна алгебра» та доповнює дисципліни «Спеціальні розділи обчислювальної математики» та «Методи оптимізації».

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Елементи загальної топології.**

Тема 1.1. Топологічні простори.

Тема 1.2. Многовиди.

### **Розділ 2. Елементи теорії категорій.**

Тема 2.1. Категорії.

Тема 2.2. Функтори та природні перетворення.

### **Розділ 3. Фундаментальні групи та накриття.**

Тема 3.1. Фундаментальна група.

Тема 3.2. Теорема Зейферта – ван Кампена.

Тема 3.3. Накриття.

### **Розділ 4. Групи гомологій.**

Тема 4.1. Гомології.

Тема 4.2. Обчислення та застосування гомологій.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Рекомендована література**

1. *Борисенко О.А.* Диференціальна геометрія і топологія. – Харків: Основа, 1995. – 304 с.  
<http://geometry.karazin.ua/textbooks-and-tutorials.html>
2. *Hatcher A.* Algebraic Topology. – Cambridge University Press, 2002. – 560 p.  
<http://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>

3. *Czes Kosniowski* A first course in algebraic topology. – Cambridge University Press, 1980. – 269 p. <https://toaz.info/doc-view>

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для лекційних занять використовуються пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного виконання з приділенням уваги мотиваційним передумовам необхідності розгляду даного матеріалу; для проведення практичних занять використовується частково-пошуковий та репродуктивний методи навчання, при яких викладач ставить перед студентами задачі, для яких студенти мають визначити алгоритм її розв'язання та розв'язати поставлену задачу знайденим алгоритмом.

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Топологічні простори та їх гомеоморфізми.
2	Операції над просторами.
3	Многовиди та поверхні.
4	Класифікація поверхонь. Ойлерова характеристика.
5	Аксиоми теорії категорій. Приклади категорій.
6	Функтори. Природні перетворення функторів.
7	Гомотопія неперервних відображень. Властивість продовження гомотопії.
8	Фундаментальна група. Фундаментальна група кола.
9	Вільні добутки груп. Задачі універсального відображення.
10	Формулювання та доведення теореми Зейферта – ван Кампена.
11	Застосування теореми Зейферта – ван Кампена.
12	Накриття. Властивість підняття гомотопії.
13	Класифікація накриттів. Універсальний накриваючий простір.
14	Симпліціальні та сингулярні гомології.
15	Гомотопічна інваріантність груп гомологій.
16	Точні послідовності груп гомологій.
17	Степінь відображення.
18	Гомології з коефіцієнтами.

#### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Топологічні простори та операції над ними.
2	Многовиди та класифікація поверхонь.
3	Категорії та функтори.

4	Фундаментальна група.
5	Теорема Зейферта – ван Кампена.
6	Накриття. Універсальний накриваючий простір.
7	Обчислення груп гомологій.
8	Застосування груп гомологій.
9	МКР.

## 6. Самостійна робота студента

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.

Обов'язковим є виконання домашніх завдань, які необхідно виконувати до наступного практичного заняття. Виконання та ревізія виконаних домашніх завдань також необхідні для підготовки до самостійних та модульних контрольних робіт.

З метою кращого засвоєння матеріалу курсу, а також формування навичок самостійної роботи студентам пропонується виконати індивідуальне домашнє завдання (ІДЗ) у вигляді розрахункової роботи. Для підготовки до виконання ІДЗ слід скористатися рекомендованою літературою та конспектом лекцій. ІДЗ надає викладач практичних занять, який також встановлює граничні строки для її здачі; студенту надається не менше трьох тижнів на виконання ІДЗ.

### *Самостійна робота студента*

№ з/п	Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
1.	Підготовка до лекційних занять	18
2.	Підготовка до практичних занять	18
3.	Підготовка до МКР	9
4.	Підготовка до заліку	9
5.	Виконання ІДЗ	12
	<b>Загалом</b>	<b>66</b>

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### Відвідування занять

У будь-якому випадку студентам рекомендується відвідувати усі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань, контрольних та розрахункових робіт. Матеріал занять, які були з тих чи інших причин пропущені, необхідно опанувати самостійно. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

### **Пропущені контрольні заходи**

Результат самостійної або модульної контрольної роботи для студента, який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. Якщо пропуск стався без поважної причини, студент має можливість написати контрольний захід, але максимальний бал за нього буде дорівнювати 50% від загальної кількості балів. Пропущений залік не зараховується незалежно від причин пропуску; у такому випадку студент отримує запис у відомості «не з'явився» та повинен скласти залік на додатковій сесії.

### **Оголошення результатів контрольних заходів**

Результати виконання тематичних самостійних робіт оголошуються кожному студенту окремо у присутності або у дистанційній формі та супроводжуються оціночними листами, в яких студенти можуть побачити свою оцінку за певними критеріями, а також позначення основних помилок та коментарі до них.

Захист виконаного та оформленого індивідуального розрахункового завдання проводиться у формі співбесіди з викладачем. Під час захисту студент зобов'язаний вміти розповісти про розв'язування вказаних викладачем задач та відповісти на теоретичні питання за темами задач. Результати виконаної та повністю оформленої розрахункової роботи у встановлений викладачем термін кожен студент захищає індивідуально. Результати захисту оголошуються кожному студенту окремо у присутності або в дистанційній формі та супроводжуються позитивними коментарями та зауваженнями стосовно помилок.

Результати модульної контрольної роботи вказуються на бланках для модульної контрольної роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

Відповіді на практичних заняттях заохочуються балами. Для кращого опанування навчальним матеріалом студентам пропонується виконати домашні завдання.

### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

У разі порушення умов академічної доброчесності при виконанні будь-якого з видів контролю, за захід зараховується нуль балів без права перескладання.

### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

### **Процедура оскарження результатів контрольних заходів**

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

№ з/п	Контрольний захід	Макс бал	Кіл-ть	Всього
1.	Самостійні роботи (експрес-контроль)	4	7	28
2.	Модульна контрольна робота	40	1	40
3.	Робота на практичних заняттях	4	1	4
4.	Перевірка домашніх завдань	2	8	16
5.	Індивідуальне домашнє завдання	12	1	12
	Всього			100

**Поточний контроль:** виконання домашніх завдань, самостійних робіт, МКР.

**Критерії оцінювання домашніх завдань** (макс. бал - 2):

Виконання домашнього завдання оцінюється згідно кількості процентного співвідношення виконаних прикладів до загальної кількості прикладів у поточному домашньому завданні протягом тижня з моменту проведення відповідного практичного заняття;

у разі несвоєчасного виконання домашнього завдання виставляється лише 50% від отриманих за домашнє завдання балів;

незадовільне виконання – 0 балів.

**Критерії оцінювання самостійної роботи (експрес-контролю)** (макс. бал - 4):

Проводиться у вигляді розв'язання задачі або прикладу за поточною темою з обмеженням за часом у 12 хвилин.

Повна і правильна відповідь - 4 бали;

неповна відповідь – 1-3 балів;

неправильна відповідь - 0.

**Критерії оцінювання розрахункової роботи** (макс. бал - 12)

Розрахункова робота складається з 12 завдань, повне та правильне розв'язання кожного з яких оцінюється в 1 бал.

**Критерії оцінювання роботи на практичних заняттях** (макс. бал - 4)

Оцінка роботи на практичних заняттях є сумою балів, одержаних на усіх практичних заняттях. Повна та правильна доповідь з розв'язання прикладу аудиторної роботи оцінюється в 1 бал; доповнення до доповіді іншого студента оцінюється до 0.5 бала.

**Критерії оцінювання модульної контрольної роботи** (макс. бал - 40)

Проводиться у вигляді розв'язання п'яти задач за вивченими темами з обмеженням у часі 60 хвилин.

*Критерії оцінювання однієї задачі МКР (у % від максимальної оцінки):*

- Правильне повне розв'язання без помилок 100 %
- Розв'язання з несуттєвими помилками та/або описками 85-99 %
- Розв'язання з деякими неточностями 50-84 %
- Розв'язання із правильною ідеєю, але грубими помилками 35-49 %
- Наявність правильної ідеї розв'язку з неправильним її застосуванням або незакінченим розв'язком 10-34 %
- Розв'язок повністю неправильний або відсутній 0 балів

**Календарний контроль.** (атестація) проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного плану виконання вимог силабусу, базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою

позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

### **Семестрова атестація (залік)**

Необхідними умовами допуску до семестрової атестації є:

- семестровий рейтинг  $RD \geq 36$ ;
- виконання та захист розрахункової роботи.

Рейтингова оцінка студента складається з результатів роботи в семестрі (RD). Якщо семестровий рейтинг складає не менше 60 балів ( $RD \geq 60$ ), студенту виставляється відповідна оцінка, окрім випадку, коли студент не погоджується із нею.

На останньому за розкладом занятті викладач проводить семестрову атестацію у вигляді співбесіди зі студентами, які не змогли отримати за рейтингом позитивну оцінку (набрали протягом семестру менше ніж 60 балів ( $RD < 60$ )), але були допущені до семестрової атестації. Ці студенти зобов'язані проходити співбесіду. У даному випадку рейтингова оцінка студента буде складатись з результатів роботи в семестрі (RD) та результатів співбесіди, але не вище 60 балів.

Студенти, які протягом семестру отримали не менше ніж 60 балів, можуть пройти співбесіду з метою підвищення оцінки. У даному випадку семестровий рейтинг студента анулюється, і студент отримує оцінку за результатами співбесіди.

Співбесіда проводиться у форматі відповідей на 20 питань (10 теоретичних та 10 практичних) по 5 балів кожне.

Студенти, які протягом семестру одержали менше 10 балів, не допускаються до складання чи перескладання семестрової атестації та рекомендуються кафедрі на відрахування або повторне прослуховування дисципліни.

*Критерії оцінювання однієї задачі заліку (у % від максимальної оцінки):*

· Правильне повне розв'язання без помилок	100 %
· Розв'язання з несуттєвими помилками та/або описками	85-99 %
· Розв'язання з деякими неточностями	50-84 %
· Розв'язання із правильною ідеєю, але грубими помилками	35-49 %
· Наявність правильної ідеї розв'язку з неправильним її застосуванням або незакінченим розв'язком	10-34 %
· Розв'язок повністю неправильний або відсутній	0 балів

*Критерії оцінювання одного теоретичного питання (у % від максимальної оцінки):*

· Студент демонструє вичерпне розуміння теоретичного матеріалу	100 %
· Студент відповідає з незначними неточностями	85-99 %
· Студент відповідає з суттєвими неточностями	50-84 %
· Відповіді студента лише частково вірні	35-49 %
· Відповідь студента містить лише окремі вірні положення	10-34 %
· Студент демонструє повне нерозуміння теоретичного матеріалу	0 балів

### **Правила проведення перескладання дисципліни**

Перескладання дисципліни проходить у формі заліку, як наведено у попередньому розділі. На перескладанні семестровий рейтинг студента та результати виконання залікової роботи на основному складанні анулюються, а рейтингова оцінка буде обчислюватись за результатами перескладання.

Студенти, які після першого перескладання не одержали позитивної оцінки, йдуть на повторне перескладання дисципліни спеціалізованої атестаційної комісії. Формат повторного перескладання визначається комісією.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Склав:** доцент кафедри ММЗІ, к.ф.-м.н. Хмельницький Микола Олексійович.

**Ухвалено** кафедрою ММЗІ НН ФТІ (протокол № 6/2 від 25.06.2025 р.)

**Погоджено** Методичною комісією НН ФТІ (протокол № 6 від 30.06.2025 р.)