



СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ КОМБІНАТОРНОГО АНАЛІЗУ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Математичні методи криптографічного захисту інформації</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: 4 кредити ЕКТС / 120 годин Лекційних занять: 36 годин Практичних занять: 36 годин Самостійна робота студентів: 48 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік, МКР</i>
Розклад занять	http://schedule.kpi.ua
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: доц. Яковлев Сергій Володимирович, к.т.н. (yasv@ri.kiev.ua) Практичні: ас. Крюков Владислав Ігорович</i>
Розміщення курсу	<i>Google Classroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Спеціальні розділи комбінаторного аналізу» присвячена окремим напрямкам та методам, які використовуються у комбінаторному аналізі та теорії комбінаторної оптимізації. Розглядаються алгебраїчні моделі у комбінаториці та методи їх аналізу. Багато часу присвячено специфічним комбінаторним конфігураціям: розбиттям чисел, векторним просторам, групам перестановок тощо – а також їх використанні у прикладних задачах. Дана дисципліна є доповнюючою до дисципліни «Комбінаторний аналіз», однак за наявності необхідних навичок може опановуватись студентами незалежно.

Основною метою дисципліни є формування у студентів глибокого розуміння комбінаторних моделей, їх властивостей, внутрішніх зв'язків та інтерпретацій у термінах різних наукових галузей. Для досягнення мети передбачається опрацювання значної кількості розрахункових та аналітичних задач, які ілюструють та розширюють лекційний матеріал.

У результаті вивчення курсу студент повинен:

- знати алгебраїчні моделі комбінаторного аналізу та їх прикладне застосування;

б) знати комбінаторні властивості групи перестановок, розбиттів, сходинкових шляхів та їх інтерпретацій у термінах різних галузей математики та її застосувань;

в) вміти оперувати основними алгебраїчними та комбінаторними підходами у розв'язанні комбінаторних задач та задач, які зводяться до комбінаторних.

Одержані знання та уміння посилюють такі компетентності та результати навчання, визначені освітньою програмою:

ФК 1 Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК 3 Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

РН 1 Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН 4 Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів.

Одержані знання посилюють компетентності, які надаються такими дисциплінами, як «Алгоритми та структури даних» та «Теорія імовірностей».

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для засвоєння матеріалу курсу «Спеціальні розділи комбінаторного аналізу» студент повинен опанувати курс «Дискретна математика»; кращому опануванню матеріалів курсу також сприяють курси «Комбінаторний аналіз» та «Прикладна алгебра» або інші дисципліни, які надають базові знання з комбінаторики та абстрактної алгебри.

Отримані практичні навички та засвоєнні знання можуть використовуватись у таких дисциплінах як «Алгоритми та структури даних» «Теорія імовірностей», «Математична статистика», «Основи аналізу алгоритмів», «Симетрична криптографія», «Асиметричні криптосистеми та протоколи» тощо, а також під час виконання кваліфікаційної дипломної роботи та подальшої професійної діяльності.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Елементи теорії формальних рядів

Тема 1.1. Формальні ряди та їх алгебраїчні властивості.

Розділ 2. Комбінаторні моделі

Тема 2.1. Група перестановок та її комбінаторні властивості

Тема 2.2. Теорія Редфілда-Пойа

Розділ 3. Розширені комбінаторні конфігурації

Тема 3.1. Розбиття множин та комбінаторні властивості поліномів

Тема 3.2. Сходинкові шляхи

Тема 3.3. Розбиття цілих чисел на доданки

Тема 3.4. Лінійні векторні простори та q-аналоги

4. Навчальні матеріали та ресурси

1. Philippe Flajolet, Robert Sedgewick. Analytic Combinatorics. – Cambridge University Press, 2009. – 829 pages. – <https://algo.inria.fr/flajolet/Publications/book.pdf>
2. Карнаух, Тетяна Олександрівна. Комбінаторика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл., що навчаються за напрямом "Прикладна математика" / Т. О. Карнаух ; Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. - Київ : Київський ун-т, 2011. - 143 с.
3. Базилевич, Лідія Євгенівна. Дискретна математика у прикладах і задачах : підручник / Л.Є. Базилевич. - Львів : І.Е. Чижиков, 2013. - 486 с. : іл. - (Серія "Математичний практикум" ; т. 3)

Відеозаписи усіх лекцій курсу викладено у плейлисті

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLhCN8H4P5LviBbdrEprNZo4VUnARnf8LF>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та взаємодії викладачів та студентів для засвоєння матеріалу та опанування практичних навичок. При викладанні дисципліни використовуються такі методи навчання: для лекційних занять – пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного викладу; для практичних занять – пояснювально-ілюстративний метод, репродуктивний метод та метод проблемного викладу.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Загальна комбінаторна задача. Формальні ряди Коші та Лорана, операції над ними. Формальний біном, формальна експонента, формальний логарифм. Комбінаторний зміст формальних рядів як генератрис комбінаторних конфігурацій.
2	Комбінаторна композиція. Композиція формальних рядів, обернені за композицією ряди, їх алгебраїчні властивості.
3	Теорема Лагранжа-Бюрмана та її варіанти. Експоненційні формальні ряди. Підстановки, циклова структура підстановок, циклові індекси.
4	Циклова структура підстановок. Числа Стірлінга I роду.
5	Комбінаторні властивості підстановок: інверсії, спуски. Ойлерові числа I роду, ойлерові поліноми, ойлерові характеристики.
6	Комбінаторні властивості підстановок: зигзагові перестановки, числа Ойлера, числа Ентрінгера.
7	Циклові індекси груп. Дія групи на множину. Лема не-Бернсайда.
8	Теорія перелічення Редфілда-Пойа. Приклади застосування.
9	Кільце поліномів як лінійний векторний простір. Поліноміальні послідовності, закони обертання. Лінійні оператори над поліномами. Числа Стірлінга II роду, числа Белла. Тест з теоретичного матеріалу №1
10	Алгебраїчні властивості чисел Стірлінга II роду та чисел Белла. Трикутник Пірса. Числа Лаха: комбінаторний та алгебраїчний зміст.
11	Біноміальні послідовності та umbral calculus. Критерії біноміальності. Перехід між біноміальними базисами, теорема Мулліна-Роти. Послідовності Шеффера та їх реалізації.

12	Композиція експоненційних рядів, експоненційна формула. Поліноми Белла, формула Фаа ді Бруно.
13	Монотонні сходячкові шляхи, шляхи Діка, числа Каталана. Комбінаторні інтерпретації чисел Каталана.
14	Числа Нараяни. Побудова генератрис для сходячкових шляхів. Числа Деланнуа та числа Шредера.
15	Розбиття натуральних чисел на доданки, діаграми Юнга, перелічення розбиттів.
16	Розбиття на доданки з обмеженнями, спеціальні класи розбиттів. Пентагональна теорема Ойлера.
17	Лінійні векторні простори над скінченними полями. q -аналоги та q -номіальні коефіцієнти. Поліноми Гаусса. Тест з теоретичного матеріалу №2
18	q -номіальна теорема та її часткові випадки. Класифікація діаграм Юнга за вагою, зв'язок із сходячковими шляхами та q -номіальними коефіцієнтами.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Операції над генератрисами, перетворення генератрис.
2	Властивості формальних функцій
3	Властивості композиційних обернених. Застосування теореми Лагранжа-Бюрмана.
4	Операції над підстановками. Властивості чисел Стірлінга I роду
5	Комбінаторні властивості підстановок
6	Комбінаторні властивості підстановок
7	Циклові індекси груп. Застосування леми не-Бернсайда
8	Застосування теореми Редфілда-Пойа
9	МКР, перша частина
10	Властивості чисел Стірлінга II роду та чисел Белла
11	Властивості чисел Лаха. Властивості біноміальних послідовностей
12	Властивості реалізацій послідовностей Шеффера: поліноми Ерміта, Ойлера, Бернуллі.
13	Застосування експоненційної формули. Властивості поліномів Белла.
14	Комбінаторні властивості сходячкових шляхів, чисел Каталана та чисел Нараяни
15	Властивості чисел Мотцкіна, Шредера, Делануа.
16	Властивості розбиттів числа на доданки. Перелічення розбиттів
17	МКР, друга частина
18	Підсумкове консультаційне заняття

6. Самостійна робота студента

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.

Обов'язковим є виконання домашніх завдань, які необхідно виконувати до наступного практичного заняття. Виконання та ревізія виконаних домашніх завдань також необхідні для підготовки до самостійних та модульних контрольних робіт.

Для складання тестів з теорії необхідно ретельно розібрати відповідний лекційний матеріал.

Розподіл годин самостійної роботи студента

№	Вид самостійної роботи	Годин СРС
1.	Опанування лекційного матеріалу	12
2.	Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань	22
4.	Підготовка до виконання модульної контрольної роботи	4
5.	Підготовка до складання тестів з теоретичного матеріалу	4
6.	Підготовка до заліку	6
	Усього	48

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Студентам рекомендується відвідувати усі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються необхідні навички. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички. Матеріал занять, які були з тих чи інших причин пропущені, необхідно опановувати самостійно.

Пропущені контрольні заходи

Студент, який без поважних причин пропустив частину МКР або теоретичний тест, одержує за цей контрольний захід нуль балів без можливості перескладання. Якщо пропуск стався з поважних причин (наприклад, хвороби), студент має можливість написати контрольний захід в інший узгоджений з викладачем термін без зниження оцінки. Повторне написання будь-якої частини модульної контрольної роботи або тесту з теоретичного матеріалу не допускається.

Пропущений залік (за необхідності його складати) не зараховується незалежно від причин пропуску; у такому випадку студент отримує оцінку, сформовану на основі його семестрового рейтингу, та повинен складати залік на додатковій сесії.

Оголошення результатів контрольних заходів

Результати виконання домашніх завдань оголошуються кожному студенту окремо у присутності або у дистанційній формі та супроводжуються коментарями, в яких студенти можуть побачити свою оцінку за певними критеріями, а також виокремлення основних помилок та зауваження.

Результати модульної контрольної роботи та тестів з теоретичного матеріалу вказуються на відповідних бланках (роботах, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

Результати письмової частини заліку вказуються на бланках для письмової залікової роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо. Результати усної частини заліку оголошуються наприкінці його проходження.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

У разі виявлення порушень норм академічної доброчесності під час виконання контрольного заходу студент одержує за цей захід нуль балів без можливості повторного виконання.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

№	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кіл-ть	Усього
1.	Виконання домашніх завдань	4	1	8	32
2.	Модульна контрольна робота	48	1	1	48
3.	Тест з теоретичного матеріалу	10	1	2	20
	Усього				100

Критерії оцінювання контрольних заходів

1) Виконання домашніх завдань

Усі домашні завдання перевіряються обов'язково в усіх студентів. Одне домашнє завдання оцінюється у 4 рейтингових бали.

Критерії оцінювання одного домашнього завдання:

- Правильне повне виконання усіх завдань 100% оцінки
- Виконання з деякими неточностями 75-99% оцінки
- Виконання не менш ніж 50% усіх завдань 50-74% оцінки
- Наявність окремих правильно виконаних завдань 25-49% оцінки
- Усі завдання повністю неправильні 0 балів
- Домашнє завдання не здано 0 балів

Здача домашнього завдання після назначеного терміну виконання без поважної причини приводить до зниження оцінки за нього на 0,1 балу за кожен день запізнення; максимальне зниження оцінки за пропуск дедлайну – 0,8 бали. Домашнє завдання, яке не було здано або було здано більш ніж через вісім днів після дедлайну, вважається невиконаним і автоматично оцінюється у 0 балів.

Максимальна кількість балів, яку можна одержати за домашні завдання, дорівнює 32. Загальна кількість балів, яку студент одержує за домашні завдання, дорівнює сумі балів за кожне перевірене домашнє завдання.

2) Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота (МКР) складається з декількох частин, які проводяться протягом семестру по мірі опанування теоретичного та практичного матеріалу. Кількість задач та

їх вартість у балах визначається викладачами в залежності від складності самої задачі та об'єму винесеного на дану частину МКР матеріалу.

Критерії оцінювання однієї задачі МКР:

- | | |
|---|---------------|
| • Правильне повне розв'язання без помилок | 100% оцінки |
| • Розв'язання з несуттєвими помилками та/або описками | 90-99% оцінки |
| • Розв'язання з деякими неточностями | 70-89% оцінки |
| • Розв'язання із правильною ідеєю, але грубими помилками | 50-69% оцінки |
| • Наявність правильної ідеї розв'язку з неправильним її застосуванням або незакінченим розв'язком | 30-49% оцінки |
| • Розв'язок повністю неправильний або відсутній | 0% оцінки |

Студент, який без поважних причин пропустив частину МКР, одержує за неї нуль балів без можливості перескладання. Виконання частини МКР, пропущеної з поважних причин, врегулюється за домовленістю з викладачем в індивідуальному порядку.

Максимальна кількість балів, яку можна одержати за модульну контрольну роботу, дорівнює 48. Загальна кількість балів, яку студент одержує за одну частину модульної контрольної, дорівнює сумі балів за кожне завдання у відповідності до їх вартості та наведених критеріїв оцінювання. Загальна кількість балів, яку студент одержує за модульну контрольну роботу, дорівнює сумі балів за виконання усіх її частин.

3) Тести з теоретичного матеріалу

Протягом семестру по мірі опанування теоретичного матеріалу студенти пишуть два тести. Тести складаються із відкритих питань та питань із мультिवибором відповіді. Кількість питань та їх вартість у балах визначається викладачами.

Критерії оцінювання одного тестового питання:

- | | |
|---|-------------|
| • Правильна відповідь | 100% оцінки |
| • Обрано не усі правильні відповіді | 50% оцінки |
| • Відкрита відповідь містить суттєві неточності | 50% оцінки |
| • Обрана хоча б одна неправильна відповідь | 0% оцінки |
| • Відкрита відповідь є неправильною | 0% оцінки |

Студент, який без поважних причин пропустив тест, одержує за нього нуль балів без можливості перескладання. Виконання тесту, пропущеного з поважних причин, врегулюється за домовленістю з викладачем в індивідуальному порядку.

Максимальна кількість балів, яку можна одержати за один тест, дорівнює 10 балів. Загальна кількість балів, яку студент одержує за один тест, дорівнює сумі балів за кожне тестове питання у відповідності до їх вартості та наведених критеріїв оцінювання.

Заохочувальні бали

Модульна контрольна робота може включати в себе додаткові задачі, правильне розв'язання яких оцінюється бонусними (заохочувальними) балами поза шкалою семестрового рейтингу.

Загальна кількість заохочувальних балів, які можна одержати за дисципліну: 10 балів.

Умови одержання проміжної атестації

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем та проводиться двічі за семестр, на 7-му та 13-му навчальному тижнях семестру. Для одержання кожної атестації поточний рейтинг студента повинен бути не менше половини від суми максимальних балів за усі контрольні заходи, які були проведені на момент атестації.

Умови одержання семестрової оцінки

Необхідною умовою одержання семестрової оцінки є семестровий рейтинг не менше 60 балів.

Студенти, які не одержали позитивну оцінку за результатами роботи у семестрі (але при цьому їх семестровий рейтинг складає не менше 10 балів), та студенти, які не погоджуються із такою оцінкою, виконують залікову роботу. При цьому їх семестровий рейтинг анулюється, а рейтингова оцінка виставляється по результату виконання залікової роботи.

Студенти, які набрали від 50 до 60 балів за семестр, за бажанням замість написання залікової роботи можуть пройти усну співбесіду із викладачем за матеріалами курсу. На співбесіді, відповідаючи на теоретичні питання (до десяти питань, одне питання = один бал), студент може підвищити свій семестровий рейтинг до мінімальної позитивної оцінки.

Студенти, які протягом семестру одержали менше 10 балів, вважаються такими, що не виконали умови одержання семестрової оцінки, та рекомендуються кафедрі на відрахування або повторне переслуховування дисципліни.

Умови проведення залікової роботи

Право писати залікову роботу мають:

- а) студенти, семестровий рейтинг яких складає 10-59 балів;
- б) студенти, семестровий рейтинг яких складає 60-100 балів, але які не згодні з одержаною семестровою оцінкою.

Студентам, які пишуть залікову роботу, анулюється семестровий рейтинг. Оцінка, яку вони одержують за дисципліну, формується за результатами складання залікової роботи.

Залікова робота проводиться на заліковому тижні в кінці семестру.

Залікова робота включає в себе:

- практичну частину (8 задач, 80 балів);
- теоретичний тест (20 питань, 20 балів).

Критерії оцінювання задач практичної частини співпадають з критеріями оцінювання задач МКР. Критерії оцінювання тестових питань співпадають із критеріями для тестів з теоретичного матеріалу.

Під час виконання залікової роботи забороняється використання будь-яких додаткових довідкових матеріалів.

Перескладання дисципліни

Перескладання дисципліни проходить у такій само формі, як і залікова робота. Для допуску до перескладання студент повинен одержати не менше 10 рейтингових балів (з урахуванням складання залікової роботи). Рейтингова оцінка студента визначається результатами перескладання.

Студенти, які після першого перескладання не одержали позитивної оцінки, йдуть на повторне перескладання дисципліни спеціалізований атестаційній комісії. Формат повторного перескладання визначається комісією.

Підсумкова оцінка з дисципліни

Рейтингова оцінка складається з результатів виконання семестрових контрольних заходів (включно з заохочувальними) або за результатами виконання залікової роботи чи перескладання. Оцінка за стобальною шкалою переводиться до університетської шкали оцінок за наведеною таблицею відповідності.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склав: доцент кафедри ММЗІ, к.т.н. Яковлев Сергій Володимирович

Ухвалено кафедрою математичних методів захисту інформації (протокол №6/2 від 25.06.2025 р.).

Затверджено Методичною комісією НН ФТІ (протокол №6 від 30.06.2025 року)