

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Голова Предметної комісії

Гарант освітньої програми

_____ Наталія КУССУЛЬ

ПОГОДЖЕНО:

Проректор з навчальної роботи

_____ Анатолій МЕЛЬНИЧЕНКО

м.п.

« ____ » « _____ » 2022 р.

« ____ » « _____ » 2022 р.

ПРОГРАМА
ДОДАТКОВОГО ВСТУПНОГО ІСПИТУ
для здобуття наукового ступеня доктор філософії
за спеціальністю 113 Прикладна математика

*Програму рекомендовано Вченими радами
Навчально-наукового фізико-технічного інституту
та Факультету прикладної математики*

Київ 2022

ЗМІСТ

I. Загальні відомості.....	3
II. Теми, що виносяться на екзаменаційне випробування.....	4
III. Навчально-методичні матеріали.....	7
IV. Рейтингова система оцінювання.....	10
V. Приклад екзаменаційного білету.....	11

I. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Додатковий вступний іспит на навчання для здобуття наукового ступеня доктор філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика» проводиться для тих вступників, які мають ступінь магістра¹, але за іншою спеціальністю.

Освітня програма «Прикладна математика» відповідає місії та стратегії КПІ ім. Ігоря Сікорського, за якою стратегічним пріоритетом університету є надання фундаментальної освітньо-наукової та освітньо-професійної підготовки фахівців. Особливості освітньої програми враховані шляхом обрання відповідних розділів і питань програми додаткового вступного іспиту. Проведення вступного випробування має виявити – чи є достатнім рівень підготовки вступника до опанування навчальної програми за спеціальністю 113 Прикладна математика на основі здобутих раніше компетентностей магістра за іншою спеціальністю.

Теоретичні питання додаткового вступного іспиту можна поділити на 6 розділів:

- 1) математичний та функціональний аналіз;
- 2) алгебра та геометрія;
- 3) дискретна математика;
- 4) алгоритми та структури даних;
- 5) диференціальні рівняння, рівняння математичної фізики;
- 6) методи оптимізації та дослідження операцій.

Ці розділи містять питання з прикладних та теоретичних дисциплін, що широко застосовуються для вирішення задач прикладної математики і орієнтовані на спеціальну професійну підготовку вступника.

Завдання додаткового вступного іспиту складається з двох питань за різними розділами програми. Додатковий вступний іспит зі спеціальності проводиться у формі усного екзамену.

Тривалість підготовки вступника до відповіді – 2 академічні години.

У наступному розділі програми наведені ті теми з зазначених розділів, які стосуються виконання завдань додаткового вступного іспиту.

Інформація про правила прийому на навчання та вимоги до вступників освітньої програми 113 «Прикладна математика» наведено в розділі «Вступ до аспірантури» на веб-сторінці аспірантури та докторантури КПІ ім. Ігоря Сікорського за посиланням <https://aspirantura.kpi.ua/>

¹ Відповідно до п.2 Розділу XV закону Про вищу освіту вища освіта за освітньо-кваліфікаційним рівнем спеціаліста прирівнюється до вищої освіти ступеня магістра.

II. ТЕМИ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ДОДАТКОВИЙ ВСТУПНИЙ ІСПИТ

1. Математичний та функціональний аналіз

1.1. Числові послідовності. Теорія границь. Граничний перехід у сумі, добутку, частці, види невизначеностей та способи розкриття. Неперервні функції та їх властивості.

1.2. Похідна та диференціал. Властивості. Похідні та диференціали вищих порядків.

1.3. Поняття числового ряду та його суми. Ознаки збіжності числових рядів. Поняття функціонального ряду та його області збіжності. Степеневий ряд Тейлора.

1.4. Інтеграл Римана та Лебега. Кратні інтеграли. Властивості.

1.5. Локальні екстремуми функції декількох змінних. Необхідні та достатні умови локального екстремуму. Умовні екстремуми. Необхідні та достатні умови умовного екстремуму.

1.6. Означення та приклади метричних просторів, повнота, поповнення. Теорема про нерухому точку стискаючих відображень.

1.7. Нормовані та банахові простори, лінійні функціонали та оператори, їх норми. Евклідові та гільбертові простори.

2. Алгебра та геометрія

2.1. Вектори, лінійні операції, векторні простори, базис, декартова система координат. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів, їх властивості. Евклідовий простір.

2.2. Аналітична геометрія: рівняння основних геометричних об'єктів на площині та у просторі.

2.3. Матриці, операції над ними. Ранг матриці. Підстановки та перестановки.

2.4. Визначники n -го порядку, їх властивості. Техніка обчислення визначників.

2.5. Однорідні системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Неоднорідні системи лінійних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі.

2.6. Поліноми. Розкладання поліномів на множники. Корені поліномів, методи знаходження коренів.

2.7. Групи, кільця, поля. Означення, властивості.

3. Дискретна математика

3.1. Множини та мультимножини, операції з множинами та мультимножинами, потужність.

3.2. M -арні відношення на множинах. Бінарні відношення, способи подання (явний, графічний, матричний). Операції над відношеннями. Властивості бінарних відношень (рефлексивність, симетричність, транзитивність).

3.3. Відношення еквівалентності, класи еквівалентності, теорема про фактор-множину.

3.4. Відношення часткового та строгого порядку, мінімальні, максимальні, найменші, найбільші елементи множини відносно часткового порядку; теорема про єдиність найменшого (найбільшого) елементу.

3.5. Графи: визначення і класифікація. Способи представлення графів (матриця суміжності, матриця інцидентності, списки суміжності).

3.6. Операції над графами. Лема про рукостискання та її наслідки. Обхід вершин графу: пошук в глибину, пошук в ширину. Алгоритми Крускала, Пріма, Дейкстри. Ойлерові та гамільтонові цикли.

4. Алгоритми та структури даних

4.1. Методи сортування. Сортування вставками та метод швидкого сортування. Приклади.

4.2. Методи сортування. Сортування вибором та метод Шелла. Приклади.

4.3. Структура даних стек. Операції зі стеком: перевірка на відсутність елементів, додавання елемента, видалення елемента. Приклади.

4.4. Структура даних черга. Операції з чергою: перевірка на відсутність елементів, додавання елемента, видалення елемента. Приклади.

4.5. Двійкові дерева пошуку. Алгоритми пошуку, знаходження мінімального (максимального) елемента у бінарному дереві пошуку. Приклади.

4.6. Двійкові дерева пошуку. Алгоритми додавання, видалення елемента у бінарному дереві пошуку. Приклади.

4.7. Хеш-таблиці. Вирішення колізій у хеш-таблицях. Приклади.

5. Диференціальні рівняння. Рівняння математичної фізики

5.1. Диференціальні рівняння – основні поняття. Теорема щодо існування та єдності розв'язку задачі Коші. Диференціальні рівняння 1-го порядку та 2-го порядку, що допускають зниження порядку.

5.2. Лінійні диференціальні рівняння. Структура розв'язків лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні

диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Розв'язання лінійних диференціальних рівнянь операційним методом.

5.3. Системи лінійних диференціальних рівнянь.

5.4. Метод послідовних наближень для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь. Метод малого параметру.

5.5. Вступ до теорії стійкості руху, основні поняття. Визначення стійкості за Ляпуновим.

5.6. Основні рівняння математичної фізики. Отримання основних рівнянь математичної фізики.

5.7. Рівняння гіперболічного типу. Коливання струн та стрижнів. Крайові та початкові умови. Задача Коші. Редукція загальної задачі. Метод Фур'є (відокремлення змінних).

5.8. Рівняння параболічного типу. Розповсюдження тепла у просторі. Однорідна крайова задача. Застосування методу відокремлення змінних для розв'язання задач стаціонарної теплопровідності.

5.9. Рівняння еліптичного типу. Задачі, що призводять до рівняння Лапласу. Розв'язок задач для диференціальних рівнянь еліптичного типу з частинними похідними методом Фур'є.

5.10. Гармонійні функції. Формули Гріну. Властивості гармонічних функцій. Метод функцій Гріну. Задача Діріхле для рівнянь Лапласу. Основи теорії потенціалу.

6. Методи оптимізації та дослідження операцій

6.1. Задача лінійного програмування. Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування.

6.2. Задача лінійного програмування. Симплексний метод розв'язання задачі лінійного програмування.

6.3. Теорія двоїстості. Побудова двоїстих задач лінійного програмування.

6.4. Транспортна задача. Методи побудови опорного плану. Метод потенціалів.

6.5. Задача дробово-лінійного програмування. Зведення задачі дробово-лінійного програмування до задачі лінійного програмування.

6.6. Динамічне програмування. Основні види задач динамічного програмування.

6.7. Нелінійне програмування. Метод множників Лагранжа.

6.8. Квадратичне програмування.

6.9. Цілочислове програмування. Основні методи розв'язання задач цілочислового програмування.

III. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Література до 1-го розділу

1. Дороговцев А.Я. Математический анализ: Справочное пособие. К.: Вища шк. Головное изд-во, 1985. - 528 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.І. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1966. - 608 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.ІІ. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1966. - 608 с.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.ІІІ. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1963. - 656 с.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1972. - 544 с.
6. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1968. - 496 с.
7. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975. – 448 с.
8. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. Курс лекций. – К.: Вища шк., 1990. – 600 с.
9. Никольский С.М. Курс математического анализа: В 2 т. — М.: Наука, 1990—1991. — Т. 1. — 528 с.; Т. 2. — 544 с.
10. Чертов О.Р. Математичний аналіз (для програмістів). Частина І. — К.: Проміні, 2017. — 280 с.
11. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах / Под ред. В. Ф. Бутузова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 480 с.
12. Чертов О.Р., Сірик С.В. Математичний аналіз : практикум : У 2 ч. — Ч. 1. — К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2017. — 140 с.

Література до 2-го розділу

13. Воеводин В.В. Линейная алгебра.-М.: Наука, 1980. – 400 с.
14. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра.-М.: Наука, 1978. – 304 с.
15. Кострикин А.И. Введение в алгебру. -М.: Наука, 1977. – 496 с.
16. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. - М.: Наука, 1978.-384 с.
17. Икрамов Х.Д.Задачник по линейной алгебре.-М.: Наука, 1975.-320с.
18. Фадеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. - М.: Наука, 1978. – 304 с.
19. Сборник задач по математике для ВТУЗ / Под ред. А.В.Ефимовича, Б.П. Демидовича. Ч.1.- М.: Наука, 1981. – 464 с.
20. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.-М.: Наука, 1965. – 432 с.

21. Стренг Г. Линейная алгебра и ее приложение.-М.: Мир, 1980. – 454 с.
22. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия.-М.: Наука, 1981. – 232 с.
23. Клетенник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии.

Література до 3-го розділу

24. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А., Луцький Г.М., Печурін М.К. Основи дискретної математики. – К.: Наукова думка, 2002. – 580 с.
25. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970. – 370 с.
26. Оре О. Теория графов. – М.: Мир, 1970. – 312 с.
27. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.1. – М.: Мир, 1978. – 614 с.
28. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – К.: Наукова думка, 1989. – 328 с.
29. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра.–М.: Мир, 1976.– 400 с.
30. Кук Г., Бейз Д. Компьютерная математика. – М.: Наука, 1990. – 400 с.
31. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975. – 234 с.
32. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети, алгоритмы. – М., 1984.
33. Емеличев В.А., Мельников О.И. и др. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990. – 382 с.

Література до 4-го розділу

34. Бабенко М.А., Левин М.В. Введение в теорию алгоритмов и структуры данных. – М.: ФМОП, МЦНМО, 2012. – 144 с.
35. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. – М.: Мир, 1989. – 360 с.
36. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. і ін. Основи дискретної математики. - Київ: Наукова думка, 2002.-580 с.
37. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. – М.: Мир, 1998. – 703 с.
38. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. і ін. Основи дискретної математики. - Київ: Наукова думка, 2002.-580 с.
39. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т.1.- М.: Мир, 1976.- 736 с.
40. Кнут Д. Искусство программирования, т.1, выпуск 1. MMIX - RISC – компьютер для нового тысячелетия. - М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2007. – 160 с.
41. Кнут Д. Искусство программирования, т.4, выпуск 2. Генерация всех кортежей и перестановок. - М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2008.-160 с.

42. Кнут Д. Искусство программирования, т.4, выпуск 3. Генерация всех сочетаний и разбиений. - М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2007.-208 с.

43. Кнут Д. Искусство программирования, т.4, выпуск 4. Генерация всех деревьев. История комбинаторной генерации. - М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2007.-160 с.

44. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. – М.: Мир, 1980. – 478 с.

Література до 5-го розділу

45. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – Київ: Либідь, 1994. – 337 с.

46. Шкіль М.І., Сотніченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння. – Київ: Вища школа, 1992. – 350 с.

47. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735 с.

48. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики. – К.: Інтрес: Воля, 2006. – 332 с.

49. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001. – 336 с.

50. Маркович Б.М. Рівняння математичної фізики. – Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 384 с.

51. Эдвардс Ч.Г., Пенни Д.Э. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и MATLAB. – М.: Вильямс, 2008. – 1104 с.

Література до 6-го розділу

52. Ладогубець В.В., Ладогубець Т.С., Ладогубець О.В. Алгоритми параметричної оптимізації складних систем (курс лекцій). – К.: «Аверс», 2006. – 139 с.

53. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – К.: Видавничий дім «Слово», 2003. – 688 с.

54. Бартіш М.Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – 223 с.

55. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування. – К.: КНЕУ, 2001. – 248 с.

IV. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДОДАТКОВОГО ВСТУПНОГО ІСПИТУ

1. На додатковому іспиті абітурієнти готуються до усної відповіді на завдання екзаменаційного білету.

2. Завдання додаткового вступного іспиту складається з двох питань освітньо-професійного напрямку за різними розділами програми.

3. За результатами додаткового вступного іспиту вступник отримує одну із двох наступних оцінок: «Зараховано», «Не зараховано».

4. Для отримання оцінки «Зараховано» вступник повинен надати відповіді на обидва питання екзаменаційного білету, причому відповідь на кожне питання повинна складати не менше трьох четвертей відповідної повної правильної відповіді.

**V. ПРИКЛАД ЕКЗАМЕНАЦІЙНОГО БІЛЕТУ
ДОДАТКОВОГО ІСПИТУ**

Форма № Н-5.05

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

(повне найменування вищого навчального закладу)

Освітній ступінь доктор філософії

Спеціальність 113 «Прикладна математика»

(назва)

Навчальна
дисципліна Додатковий вступний іспит

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ ДОДАТКОВОГО ІСПИТУ № 1

Питання 1. Рівняння параболічного типу. Розповсюдження тепла у просторі. Однорідна крайова задача. Застосування методу відокремлення змінних для розв'язання задач стаціонарної теплопровідності.

Питання 2. Теорія двоїстості. Побудова двоїстих задач лінійного програмування.

Затверджено

Гарант освітньої програми

_____ Наталія КУССУЛЬ

Київ 2022

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Куссуль Наталія Миколаївна,
 доктор техн. наук, проф.,
 завідувач кафедри математичного моделювання
 та аналізу даних НН ФТІ _____

Чертов Олег Романович,
 доктор техн. наук, проф.,
 завідувач кафедри прикладної математики ФПМ _____

Маслянюк Павло Павлович,
 кандидат техн. наук, с.н.с.,
 доцент кафедри прикладної математики ФПМ _____

Савчук Михайло Миколайович,
 член-кор. НАН України, доктор фіз.-мат. наук,
 професор кафедри математичних методів
 захисту інформації НН ФТІ _____

Яковлев Сергій Володимирович,
 кандидат техн. наук,
 в.о. завідувача кафедри математичних методів
 захисту інформації НН ФТІ _____

Програму рекомендовано:

Вченою радою Навчально-наукового фізико-технічного інституту

Голова Вченої ради _____ Олексій НОВІКОВ

протокол № _____
 від « _____ » « _____ » 2022 р.

Вченою радою Факультету прикладної математики

Голова Вченої ради _____ Іван ДИЧКА

протокол № _____
 від « _____ » « _____ » 2022 р.